



ЦИФРОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ЗДРАВООХРАНЕНИИ

Совместный научно-практический семинар

МИЭМ НИУ ВШЭ и

Лаборатории управления общественным здоровьем ИПУ РАН

Фрактальные модели в медицине и здравоохранении

Докладчик: Трубочкина Надежда Константиновна, д.т.н., профессор департамента компьютерной инженерии МИЭМ НИУ ВШЭ

Москва, МИЭМ НИУ ВШЭ, 18-09-2023

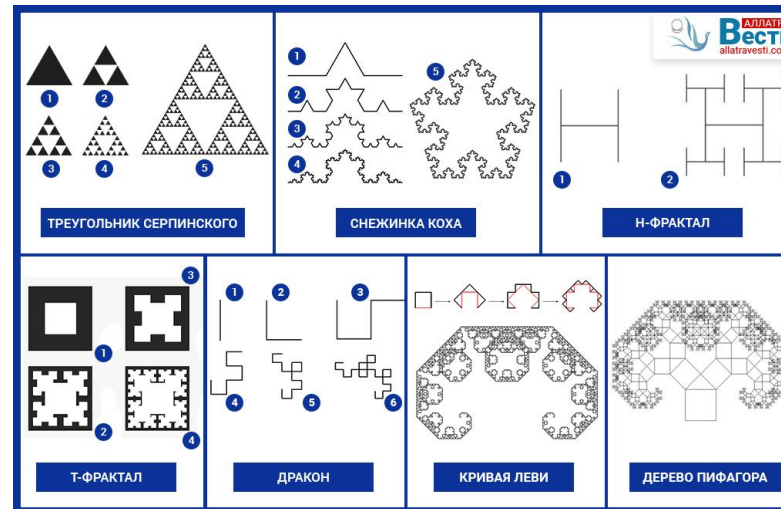
Определение фрактала

Система или объект, где малое подобно целому.

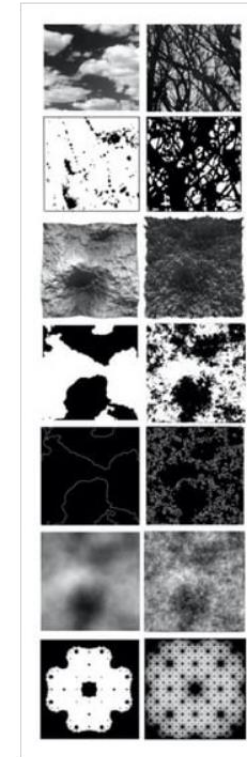
Точные фракталы изучаются математиками с 1860-х годов: знаменитые примеры были представлены Вейерштрассом (1861), Кантором (1883), Пеано (1890), Хиллбертом (1891), фон Коком (1904) и Серпинским (1915).

Классификация

- геометрические;
- алгебраические;
- стохастические;
- концептуальные (социокультурные)



Размерность
 $D1 < D2$



Источник: <https://allatravesti.com/chto-takoe-fraktaly-mir-vokrug-nas-chast-1>

Источник: The Potential of Biophilic Fractal Designs to Promote Health and Performance: A Review of Experiments and Applications by Richard P. Taylor

Пример алгебраического фрактала - фрактал Мандельброта

2D

$$Z_{i+1} = Z_i^2 + C,$$

$$Z_0 = x_0 + iy_0 = 0,$$

$$x_{i+1} = x_i^2 - y_i^2 + a,$$

$$y_{i+1} = 2x_i y_i + b.$$

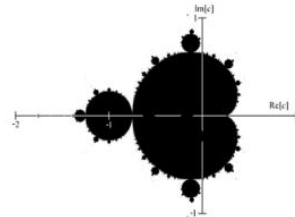


Рис. 3. Множество Мандельброта - алгебраический фрактал

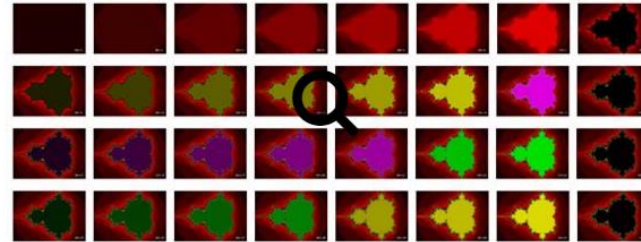
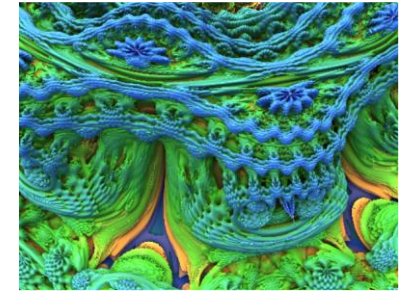
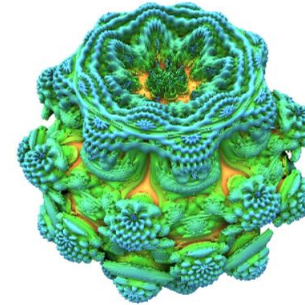


Рис. 4. Шаги генерации цветного фрактала Мандельброта (32 итерации)

3D



Формула для n-ой степени трехмерного гиперкомплексного числа $\{x, y, z\}$ следующая:

$$\{x, y, z\}^n = r^n \{ \cos(n\theta) \cos(n\varphi), \sin(n\theta) \cos(n\varphi), \sin(n\theta) \sin(n\varphi) \},$$

где:

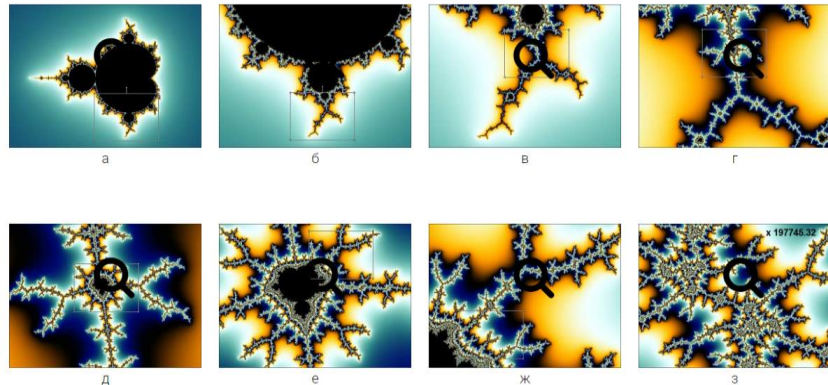
$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}; \theta = \arctan(y/x); \varphi = \arctan(z/\sqrt{x^2 + y^2}) = \arcsin(z/r);$$

r – модуль, θ и φ – аргументы трехмерного гиперкомплексного числа.

Новое значение положения 3d пиксела в пространстве определяется по формуле:

$$z_{n+1} = z_n^k + c \quad (k=2, \dots, 8),$$

где z и c — трехмерные гиперкомплексные числа, на которых операция возведения в натуральную степень выполняется так, как это указано выше. Для $n > 3$, результатом является трехмерный фрактал. Чаще всего используется восьмая степень ($k=8$).



масштабируемость

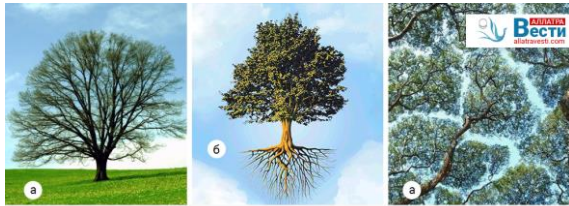
Фрактальность реальных объектов



КАПУСТА СОРТА «РОМАНЕСКО»



ФРАКТАЛЫ НА ПРИМЕРЕ БЕРЕГОВЫХ ЛИНИЙ



ФРАКТАЛЫ НА ПРИМЕРЕ:
а) развилки на стволах дерева, б) корневой системы дерева



МОЛНИЯ И ПРИРОДНЫЙ ЛАНДШАФТ



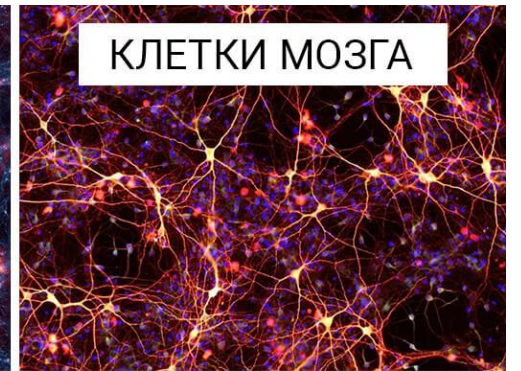
СНЕЖИНКА И КОРЕНЬ РАСТЕНИЯ



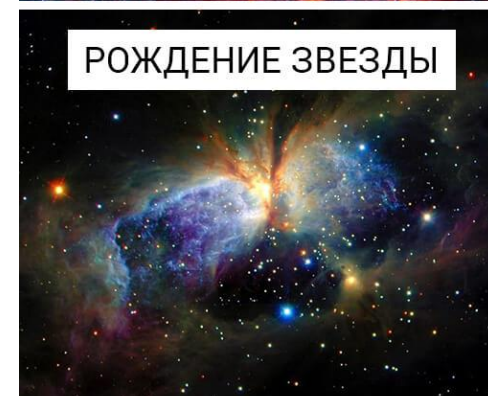
ФИГУРЫ ЛИХТЕНБЕРГА



ВСЕЛЕННАЯ



КЛЕТКИ МОЗГА



РОЖДЕНИЕ ЗВЕЗДЫ



ДЕЛЕНИЕ КЛЕТКИ



ГЛАЗ ЧЕЛОВЕКА И ТУМАННОСТИ

Источник: <https://allatravesti.com/chto-takoe-fraktaly-mir-vokrug-nas-chast-1>

Фрактальные мутации. База фрактального анализа

От гармонии к хаосу и наоборот

Папоротник Барнсли строится при помощи 4-х [аффинных преобразований](#) вида:

$$f(x, y) = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}$$

Барнсли представил свой IFS-код папоротника ([Iterated function system](#) - "Система повторяющихся функций") в виде матрицы значений:

| w | a | b | c | d | e | f | p |
|----|-------|-------|-------|------|---|------|------|
| f1 | 0 | 0 | 0 | 0.16 | 0 | 0 | 0.01 |
| f2 | 0.85 | 0.04 | -0.04 | 0.85 | 0 | 1.6 | 0.85 |
| f3 | 0.2 | -0.26 | 0.23 | 0.22 | 0 | 1.6 | 0.07 |
| f4 | -0.15 | 0.28 | 0.26 | 0.24 | 0 | 0.44 | 0.07 |

где столбцы a-f - коэффициенты уравнения, а p - коэффициент вероятности, x и y - координаты. Данная таблица отвечает следующим преобразованиям:

$$f(x, y) = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$f(x, y) = \begin{bmatrix} 0.85 & 0.04 \\ -0.04 & 0.85 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.00 \\ 1.60 \end{bmatrix}$$

$$f(x, y) = \begin{bmatrix} 0.20 & -0.26 \\ 0.23 & 0.22 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.00 \\ 1.60 \end{bmatrix}$$

$$f(x, y) = \begin{bmatrix} -0.15 & 0.28 \\ 0.26 & 0.24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.44 \end{bmatrix}$$

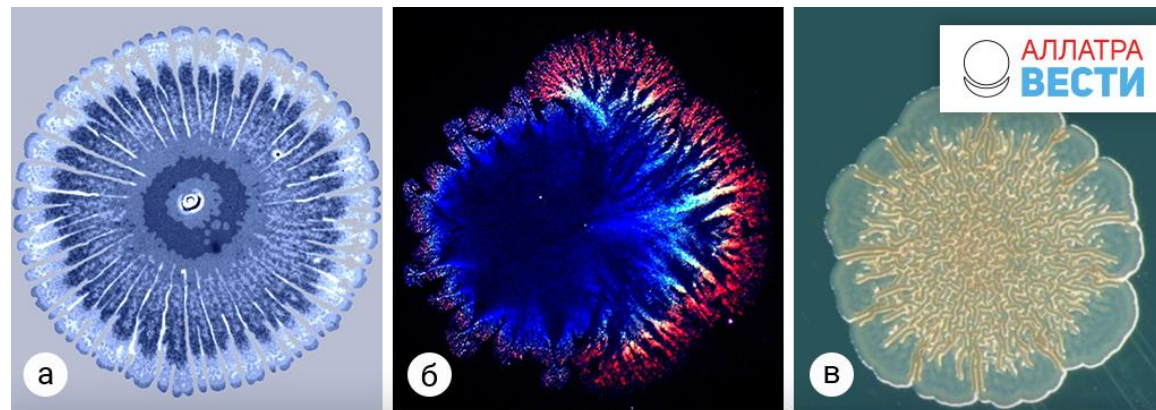
Папоротник Барнсли теоретически может быть построен вручную. Т.е. Вы берете ручку, лист в бумаги в мелкую клетку и следуете матрице коэффициентов. Однако, количество необходимых итераций исчисляется десятками тысяч, что делает использование компьютера, мягко говоря, желательным.



Классы фрактальных моделей объектов для медицины

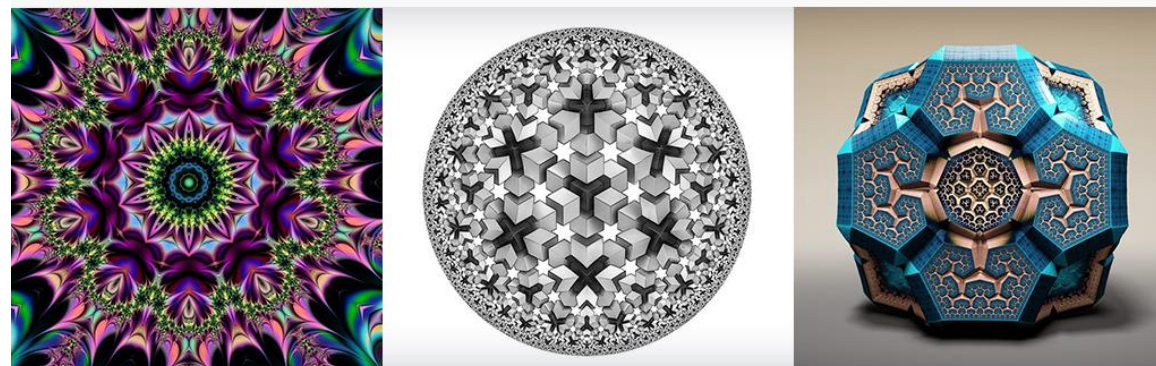
- Бактерии
- Вирусы
- ДНК
- Бронхи
- Сосудистая система
- Кровеносная система
- Мышцы
- Сосуды сердца
- Сердечные импульсы
- Алгоритмы мышления
- Нейроны
- Группы нейронов
- Зрительная подсистема в коре головного мозга

Фрактальные модели бактерий



ФРАКТАЛЬНОСТЬ В КОЛОНИЯХ БАКТЕРИЙ

а) Вортекс бактерия; б) колония бактерий в питательной среде; в) колония бактерий-мутантов *Pseudomonas fluorescens* на поверхности питательной среды

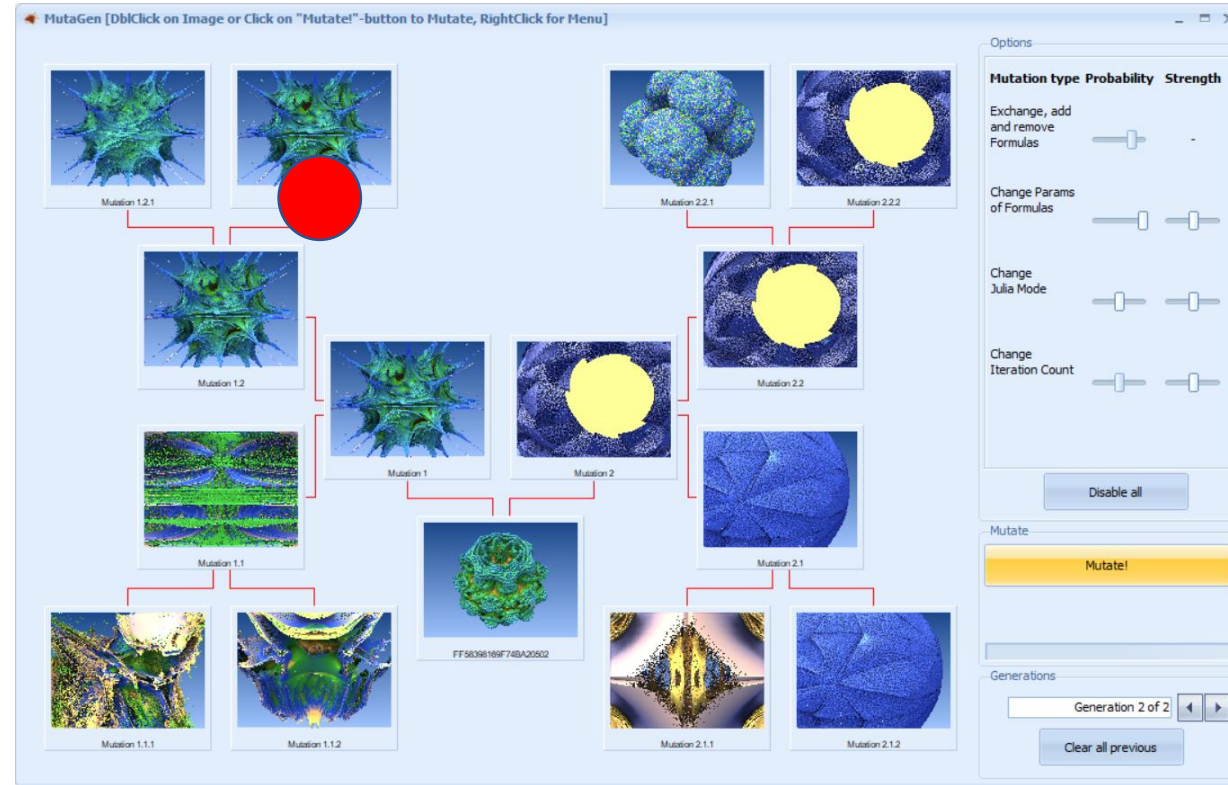
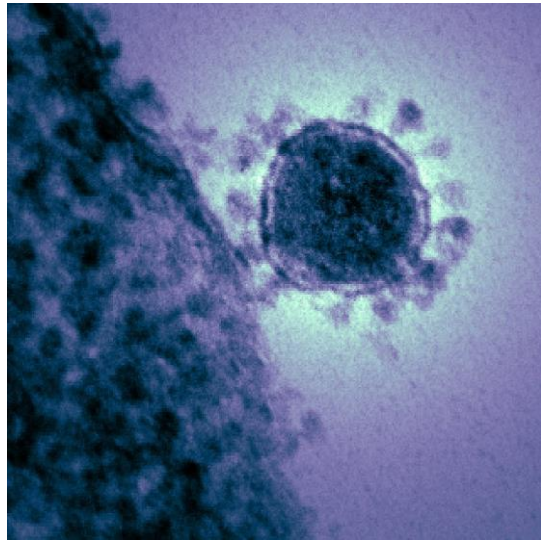
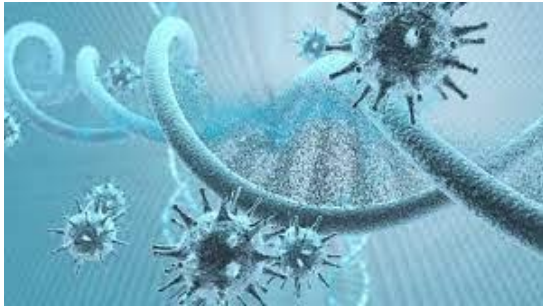


МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ФРАКТАЛЫ

Источник: <https://allatravesti.com/что-такое-фракталы-мир-вокруг-нас-часть-1>

Фрактальная модель вируса: кейсы

Стохастические фракталы (мутации)



Строятся путём хаотического изменения некоторых параметров мультифракталов.

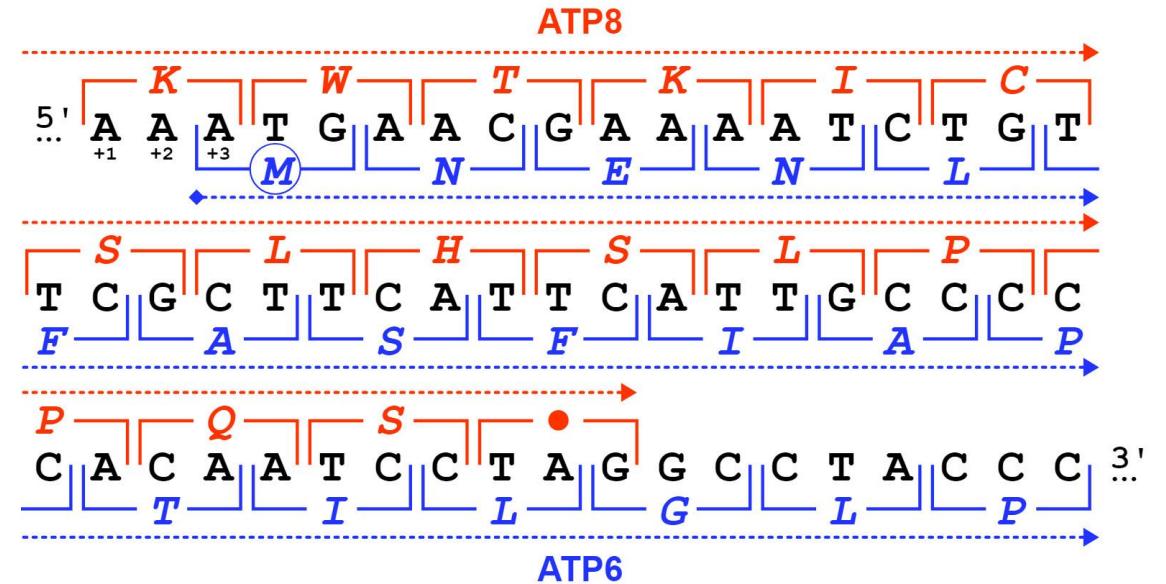
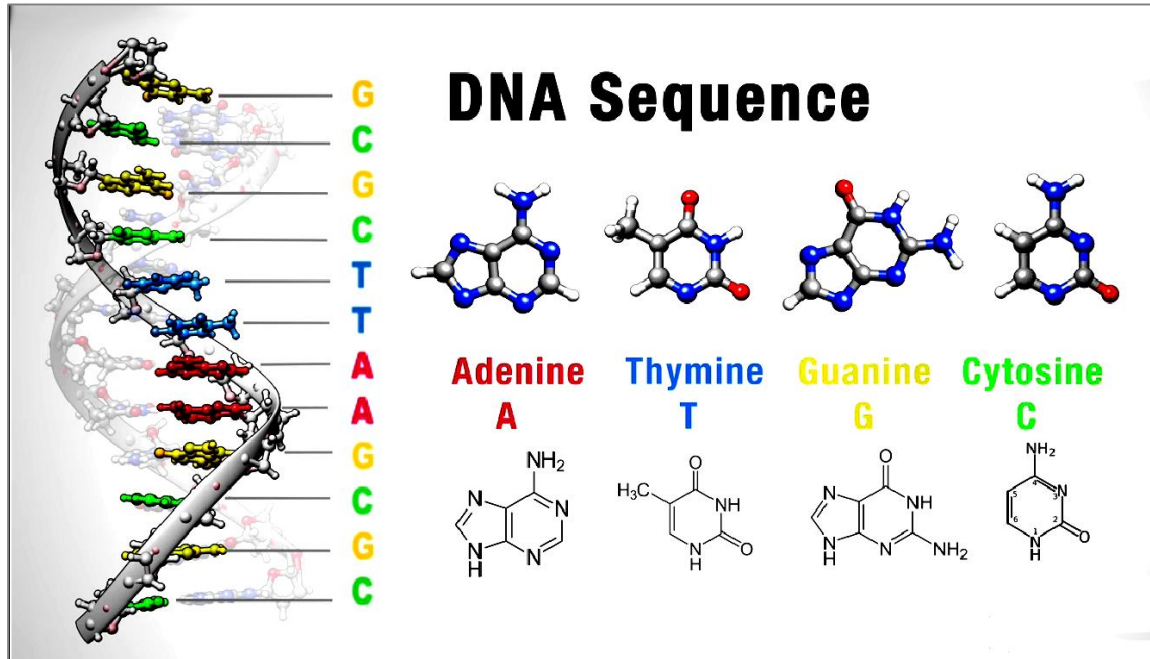


Источник: Трубочкина Н. К. Моделирование 3D наносхемотехники. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012 — ISBN 978-5-9963-0291-8 — с.499 (вычислительная схемотехника ДНК)

Источник: Трубочкина Н. К. Методика синтеза 3D-визуализаций фрактальных объектов с заданными свойствами... 2019.

Фрактальная модель ДНК: кейсы

Представление биологов и генетиков



Рамки считывания в митохондриальной ДНК человека в области генов МТ-АТР8[en] и МТ-АТР6[en]

Источник: Cartwright R. A., Graur D. The multiple personalities of Watson and Crick strands. (англ.) // Biology Direct. — 2011.



ДНК, как схема биосхемотехники: кейсы

24.6. Единство и различия моделей наноструктур четырех типов 465

Продолжение

| N | Молекулярные структуры: компоненты и схемы переходных схематехник второго, третьего и четвертого типов | Модели p-n-схемотехники: компоненты и схемы переходной схематехники первого типа |
|---|--|--|
| 4 | | |
| 5 | | |
| 6 | | |
| 7 | | |
| 8 | | |

466 Глава 24. Наноструктуры и их модели. Четыре типа переходной

Продолжение

| N | Молекулярные структуры: компоненты и схемы переходных схематехник второго, третьего и четвертого типов | Модели p-n-схемотехники: компоненты и схемы переходной схематехники первого типа |
|----|--|--|
| 9 | | |
| 10 | | |
| 20 | | |
| 40 | | |

Продолжение

| N | Молекулярные структуры: компоненты и схемы переходных схематехник второго, третьего и четвертого типов | Модели p-n-схемотехники: компоненты и схемы переходной схематехники первого типа |
|---|--|--|
| N | Полипептиды | Последовательная схема |
| N | Фуллерен | Регистр-матрица памяти |
| | Цитозин в ДНК | Ячейка памяти, управляемая логической схемой |
| | Аденин в ДНК | D-триггер, управляемый логической схемой |

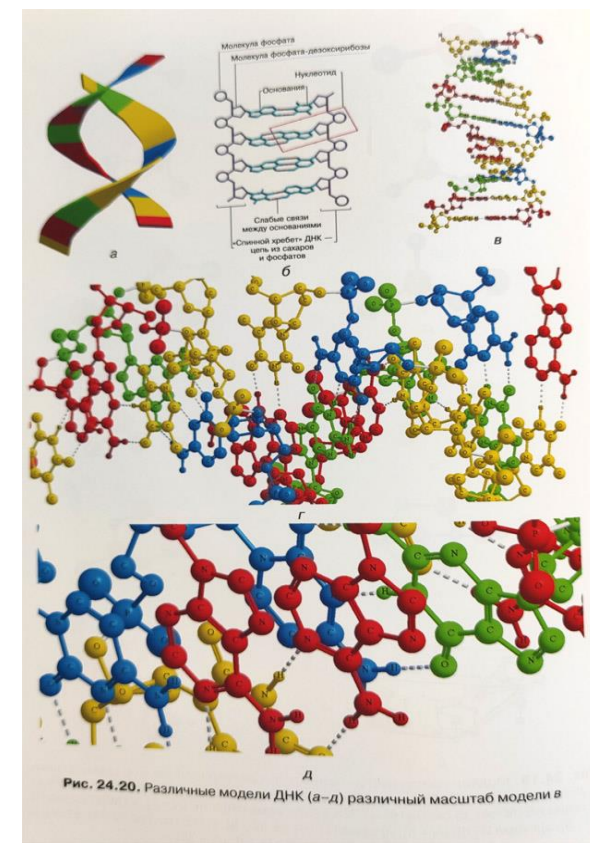


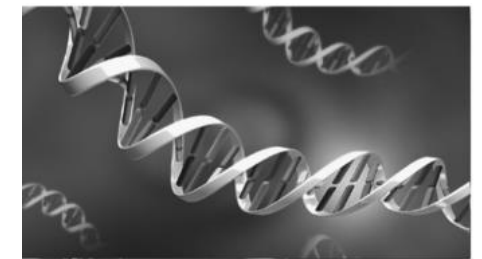
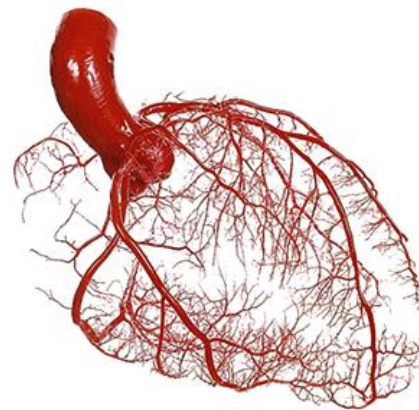
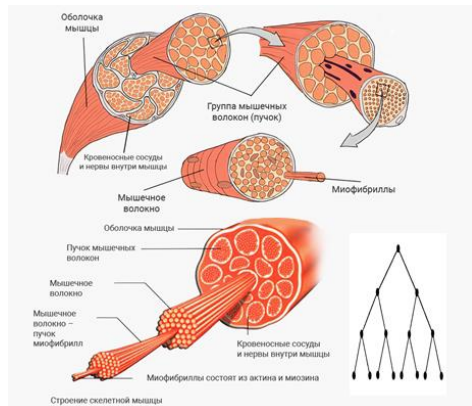
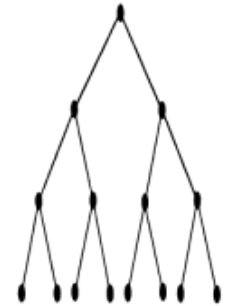
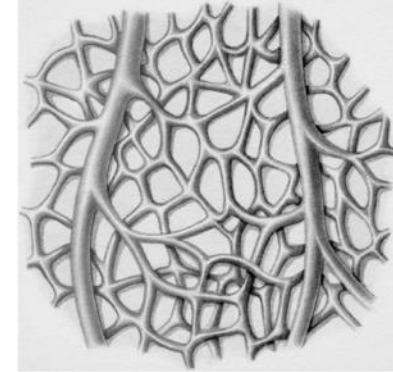
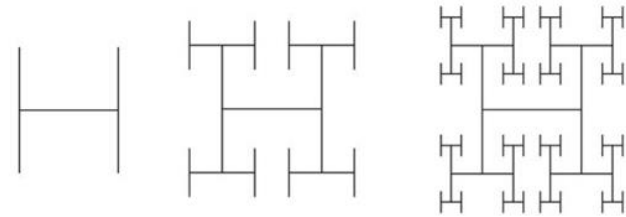
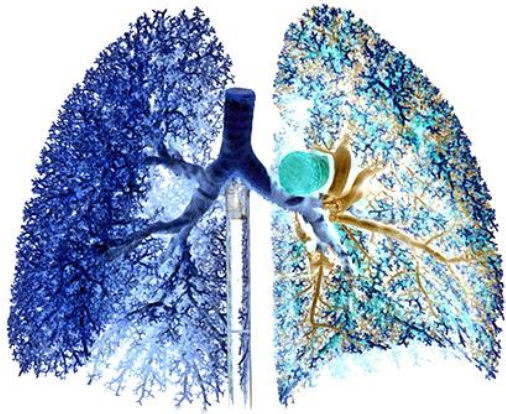
Рис. 24.20. Различные модели ДНК (а-д) различного масштаб модели в

Источник: Трубочкина Н. К. Моделирование 3D наносхемотехники. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012

Источник: Trubochkina N. K. [Transitional circuitry for studying the properties of DNA](#). N Trubochkina // *Journal of Physics: Conference Series*. 2018. Vol. 955.

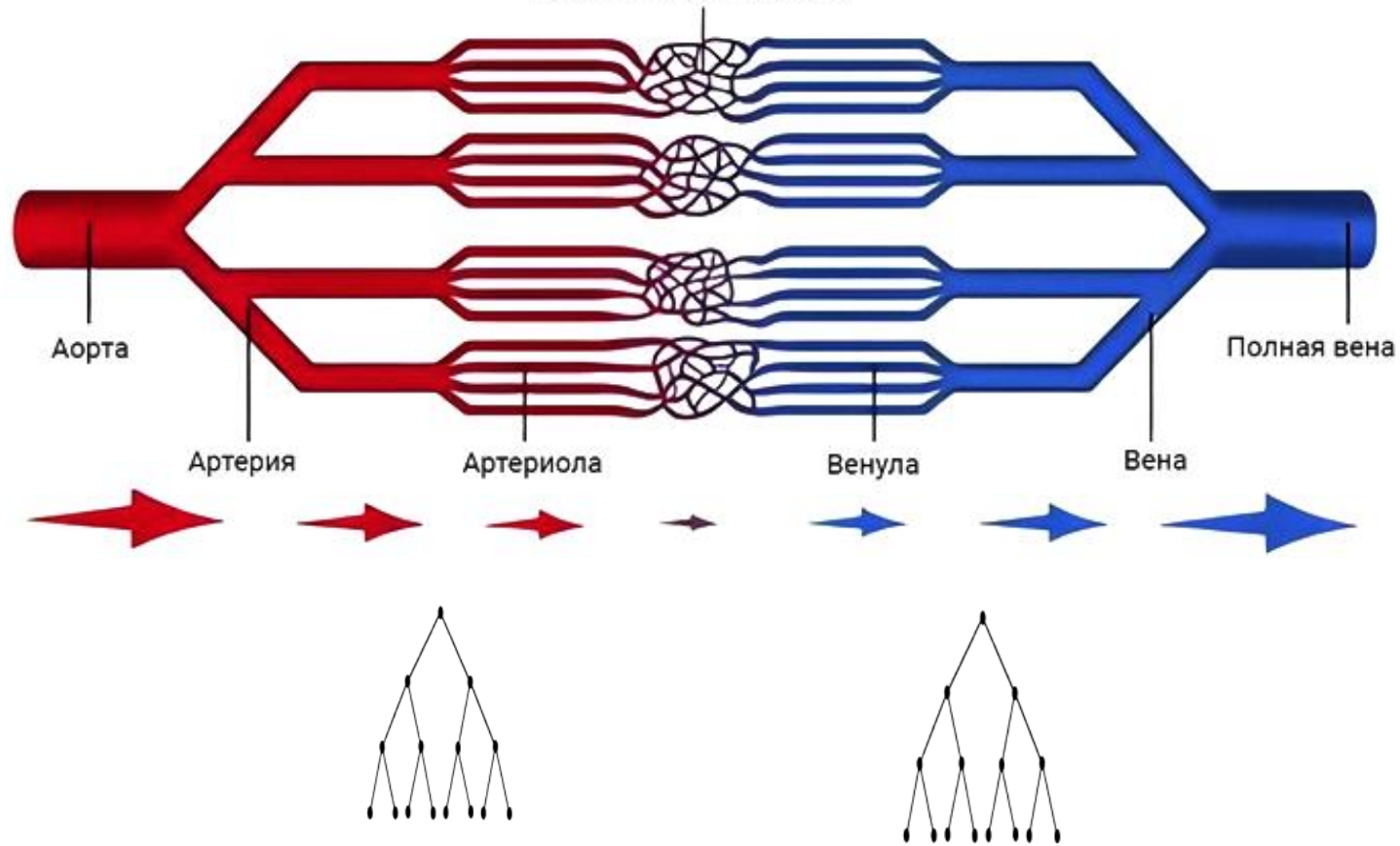
Фрактальные модели человека:

bronхи, кровеносная система, мышцы, сосуды сердца, сердечные импульсы, ДНК

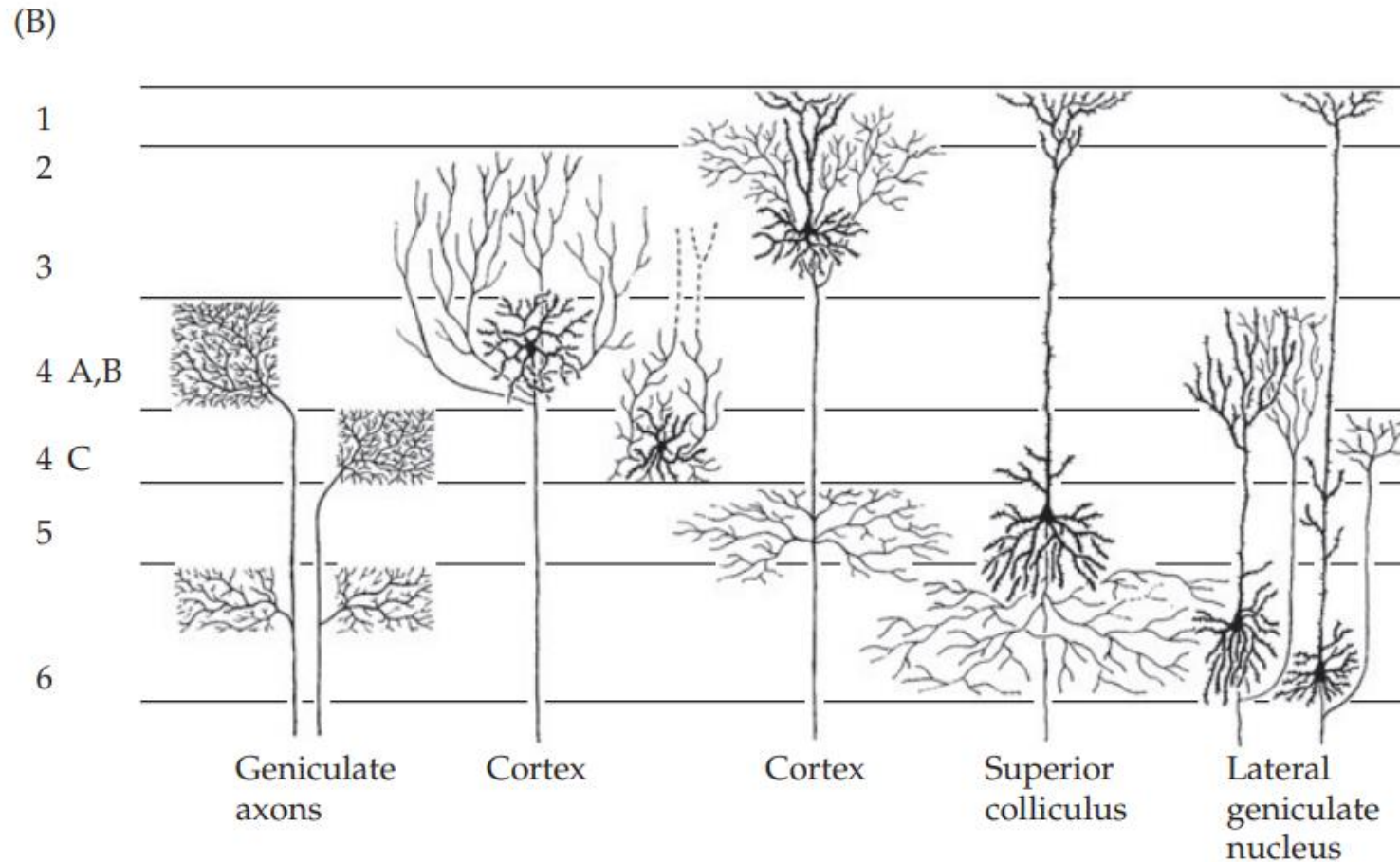


Фрактальные модели человека: фрактальная модель кровеносной системы

В капиллярах кровь течёт медленнее, чем в более широких сосудах. За счёт медленной скорости потока кровь может обмениваться веществами с тканями.



Фрактальные модели человека: фрактальная зрительная подсистема в коре головного мозга

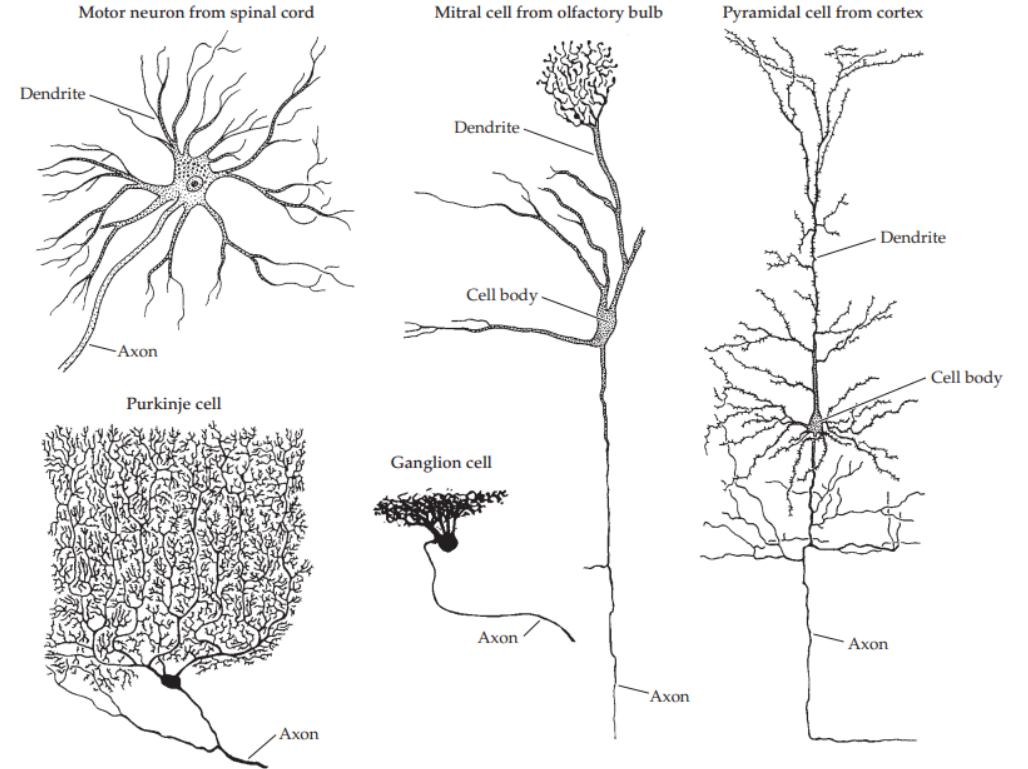
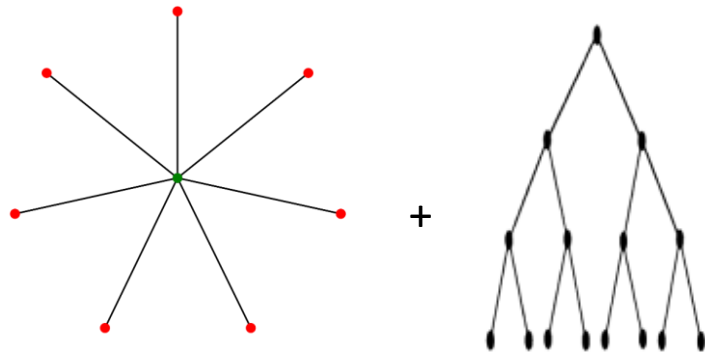


Источник: Neuron to Brain, Fifth Edition Copyright © 2012 by Sinauer Associates

Фрактальные модели человека:

фрактальная модель нейрона: сеть-звезда + фрактал дерево

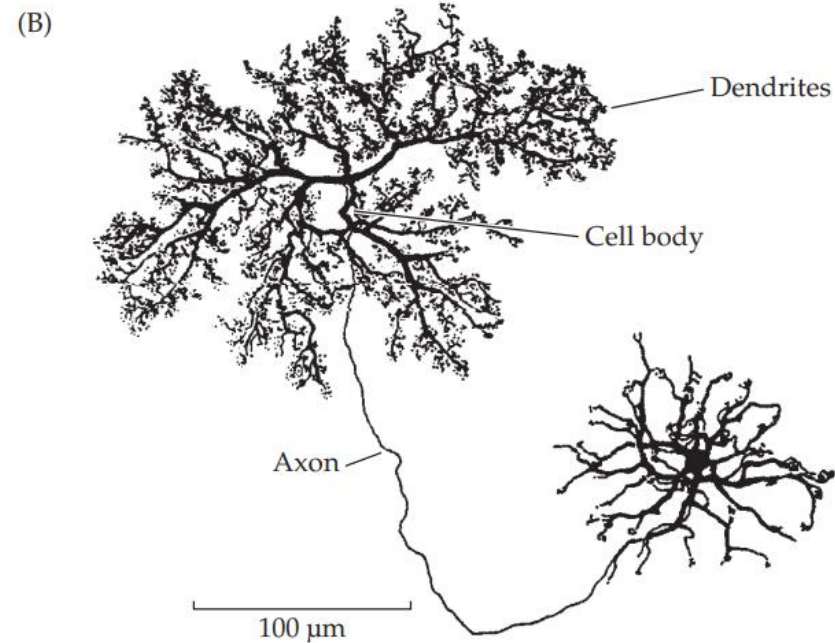
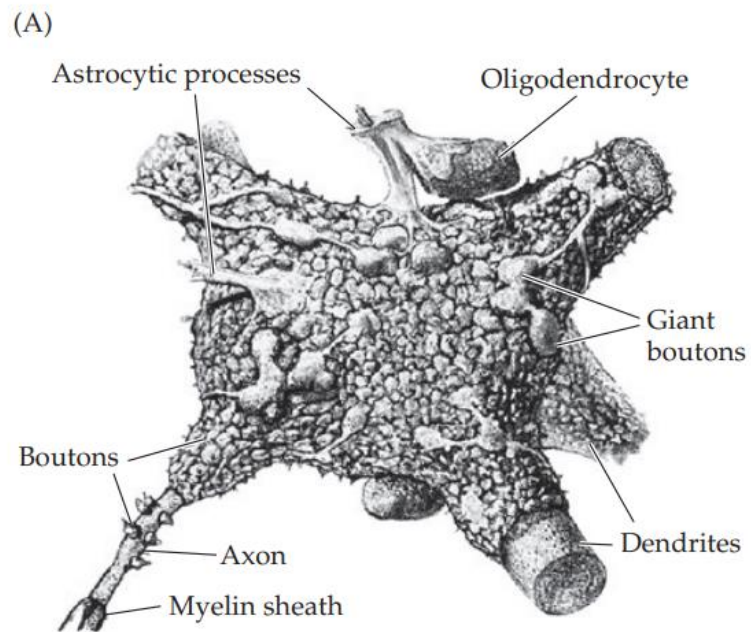
фрактальная модель дендрита - фрактал неполное дерево



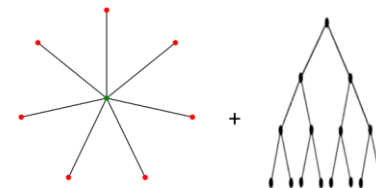
Источник: Neuron to Brain, Fifth Edition Copyright © 2012 by Sinauer Associates

Фрактальные модели человека: множественные соединения отдельных нейронов

Principles of Signaling and Organization



Источник: Neuron to Brain, Fifth Edition Copyright © 2012 by Sinauer Associates



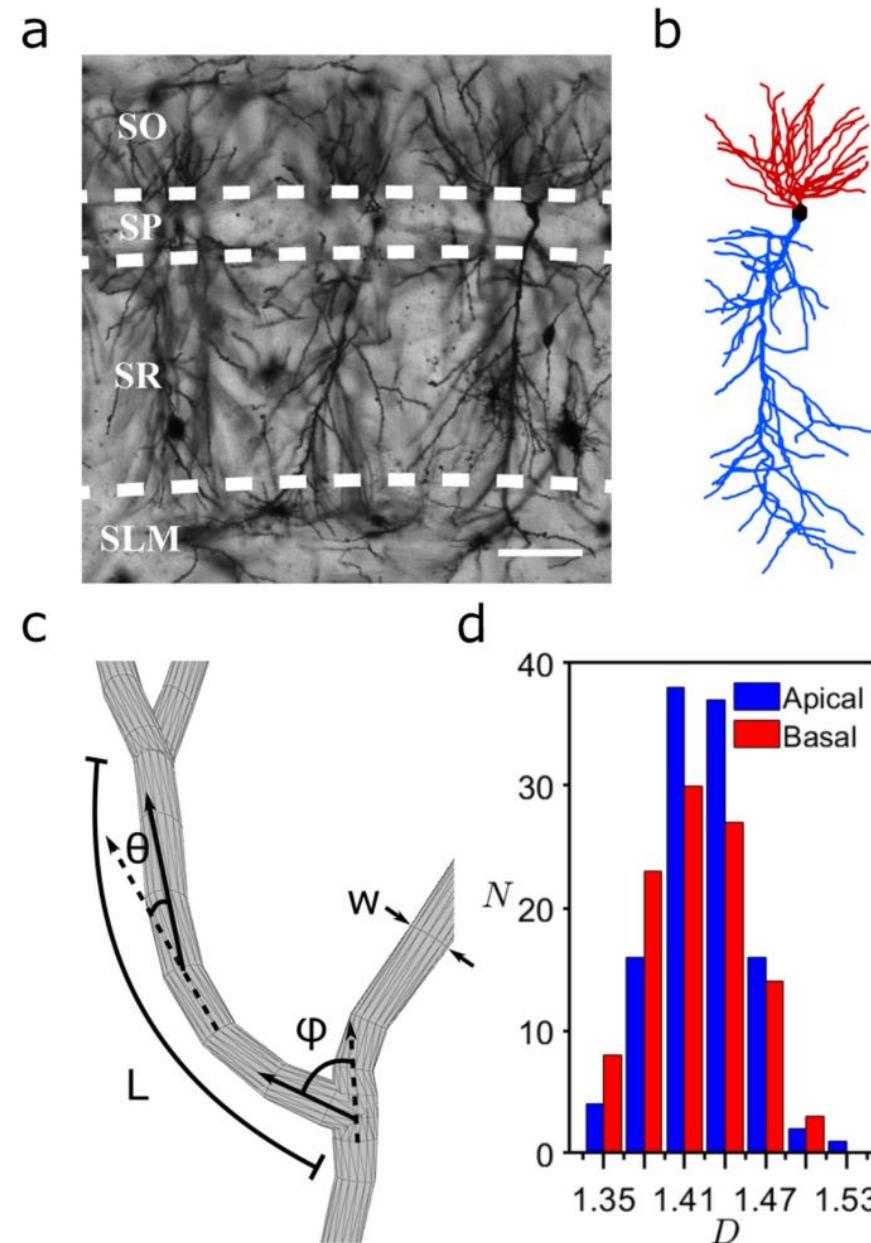
Фрактальные модели человека: кейсы

Как нейроны используют фрактальную геометрию для оптимизации своих сетевых связей

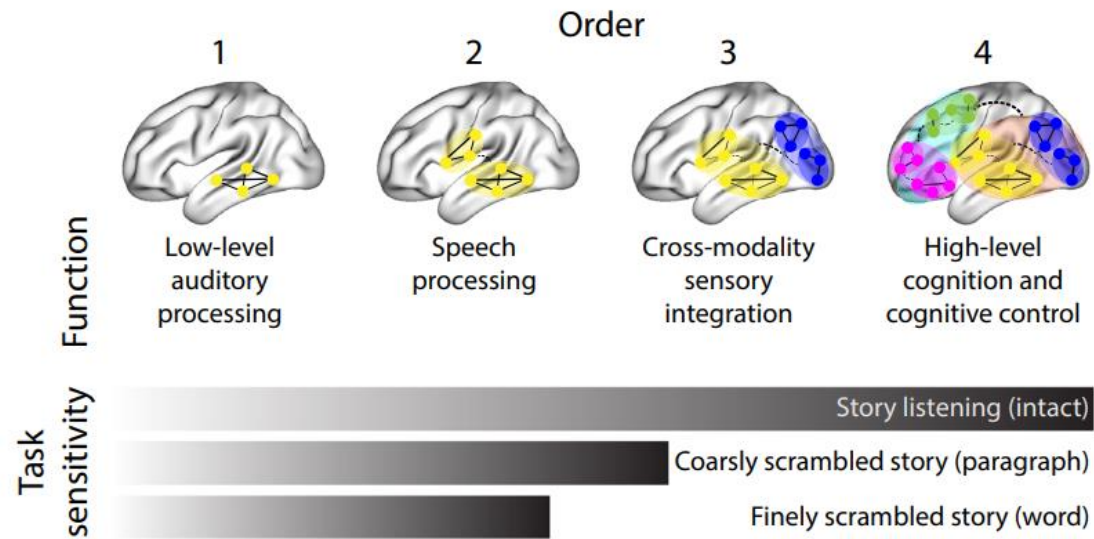
Трехмерная модель дендритной ветви (реконструированная на основе стопки микрофотографий в направлении

Гистограмма N , количества нейронов с заданным значением D , измеренная для апикальных и базальных ветвей нейронов.

How neurons exploit fractal geometry to optimize their network connectivity
Julian H. Smith, Conor Rowland, B. Harland, S. Moslehi, R. D. Montgomery, K. Schobert, W. J. Watterson, J. Dalrymple-Alford & R. P. Taylor . Scientific Reports volume 11, Article number: 2332 (2021)

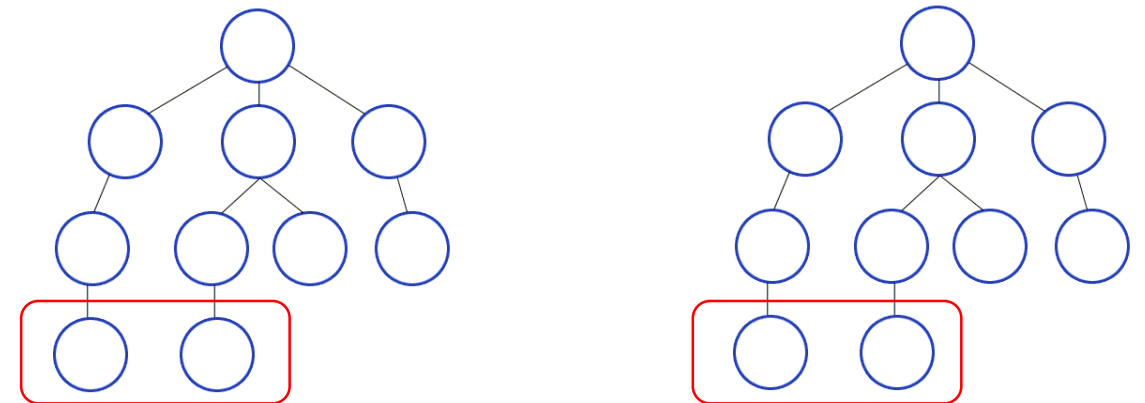


Фрактальные модели человека: фрактальные алгоритмы мышления



Источник: High-level cognition during story listening is reflected in high-order dynamic correlations in neural activity patterns. Lucy L. W. Owen, Thomas H. Chang & Jeremy R. Manning . 2021

Алгоритмы поиска решений в древовидных (фрактальных моделях)



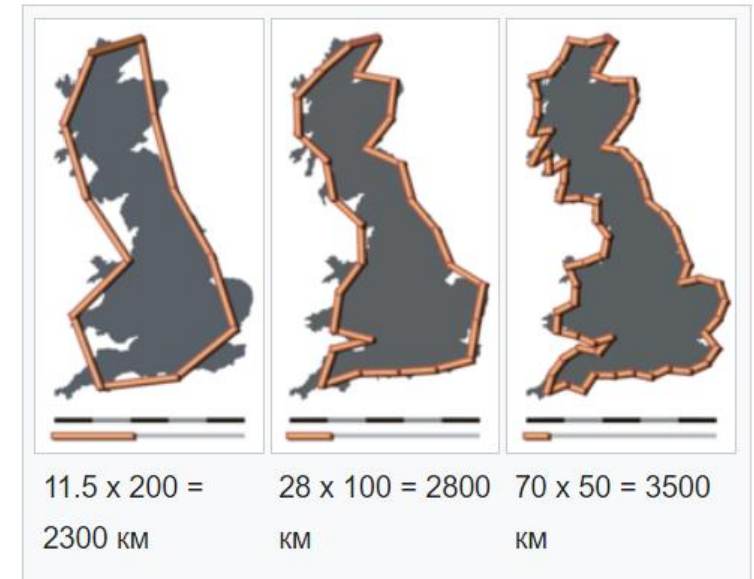
Источник:
https://ejudge.179.ru/tasks/python/2022b/pgm18__Graphs-1.html

Фрактальные измерения

- Фрактальное измерение — это новая область исследований сложных объектов, которые невозможно проанализировать с помощью классической евклидовой геометрии.
- Концепция FD широко применяется во многих областях обработки изображений.
- В последние годы фрактальная геометрия широко применялась
 - при анализе медицинских изображений с целью обнаружения раковых клеток в организме человека, поскольку наша сосудистая система, нервная система, кости и ткани молочной железы имеют сложную и нерегулярную структуру,
 - а также успешно применяется в ЭКГ,
 - анализе изображений снимков мозга для обнаружения опухолей,
 - анализе трабекул и т. д.

$$D = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln(N_\varepsilon)}{\ln(\varepsilon)}, \text{ где } N_\varepsilon \text{ — минимальное число } n\text{-мерных «шаров»}$$

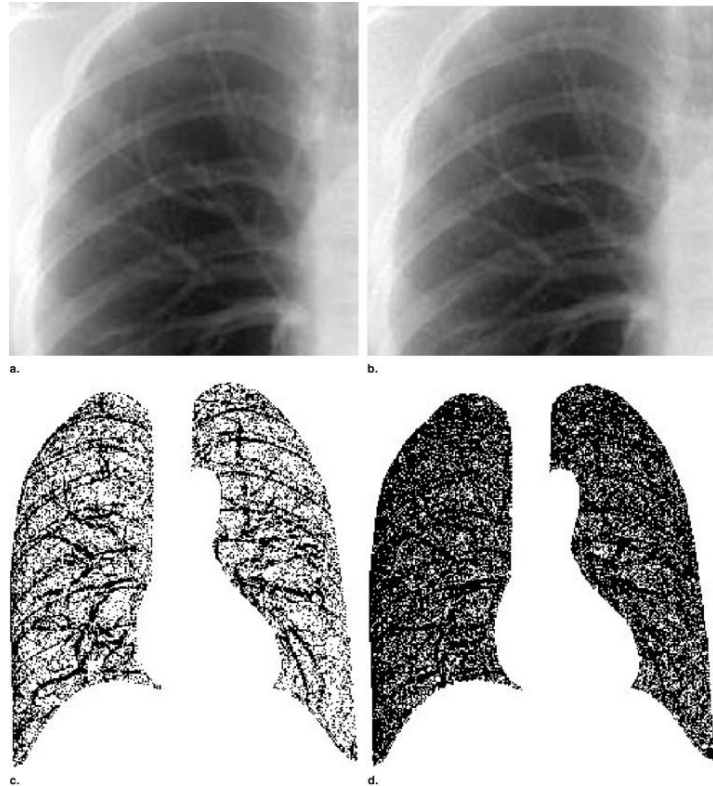
радиуса ε , необходимых для покрытия множества.



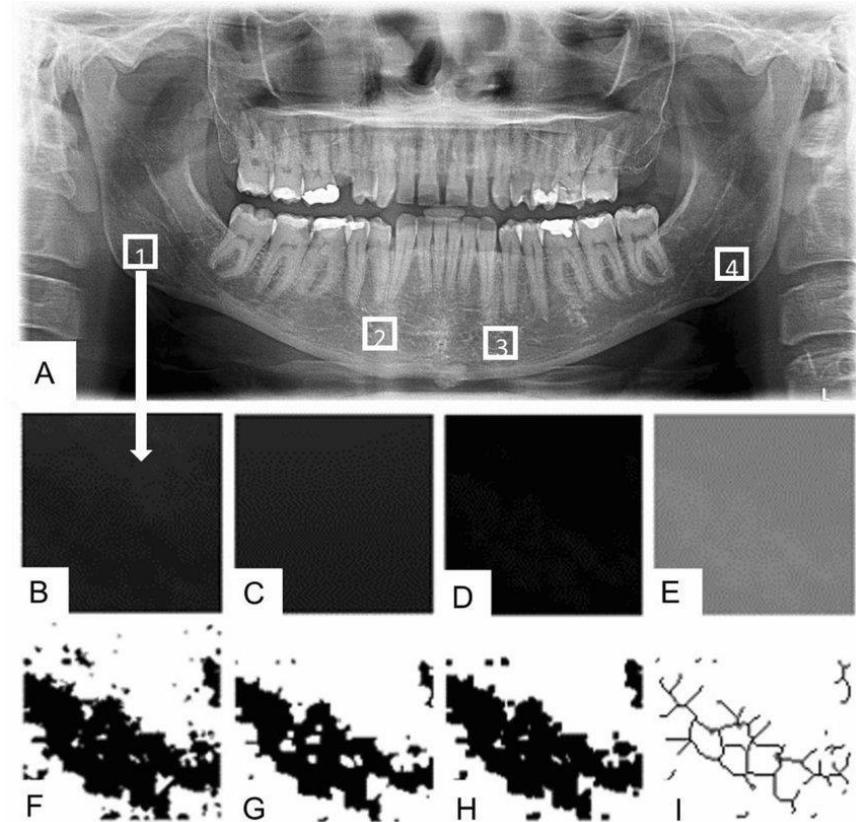
Источник: Analysis of Medical Images Using Fractal Geometry. Soumya Ranjan Nayak, Jibitesh Mishra. Research Anthology on Improving Medical Imaging Techniques for Analysis and Intervention Copyright: © 2023

Фрактальный анализ: кейсы

Диагностика в радиологии



Источник: Fractal-Feature Distance Analysis of Radiographic Image. Author links open overlay panelKuniahru Imai PhD a, Mitsuru Ikeda MD a, Yukihiro Enchi MSc b, Takanaga Niimi BSc. Academic Radiology. 2007



Источник: Trabecular and cortical mandibular bone investigation in familial adenomatous polyposis patients. Camila Pachêco-Pereira, Yuri Silvestre-Barbosa, Fabiana T. Almeida, Eliete Neves da Silva Guerra, Apr 2021

Фрактальный анализ: кейсы

Диагностика диабетической ретинопатии неинвазивным методом.

- фрактальная форма распределения кровеносных сосудов сетчатки

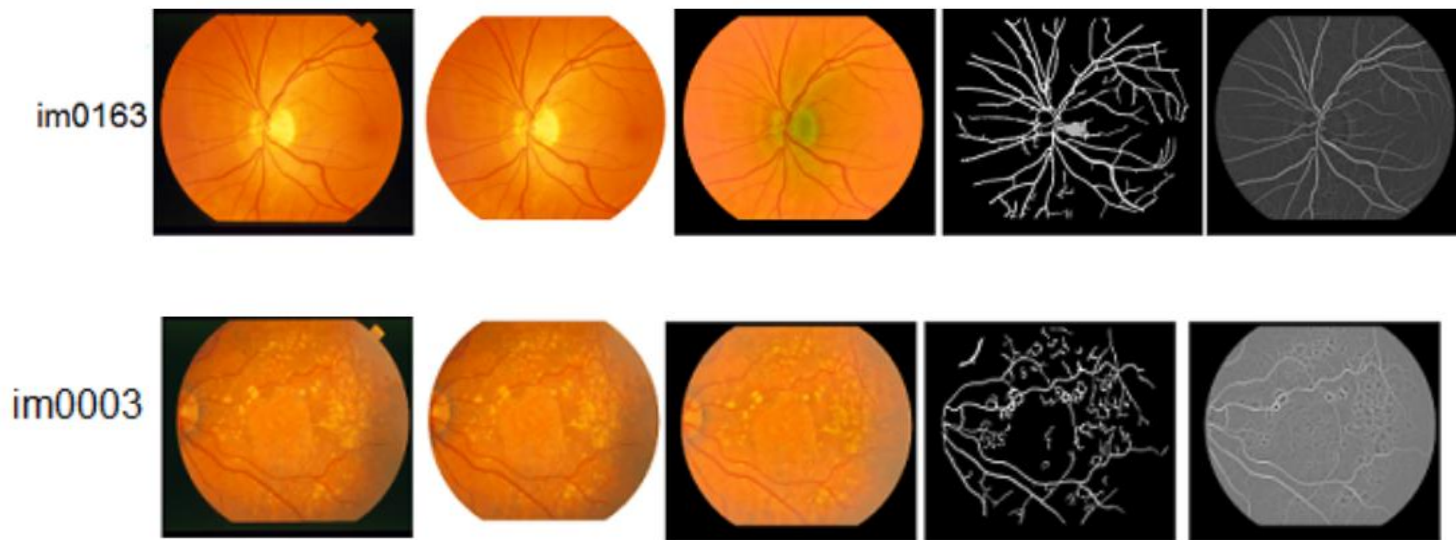
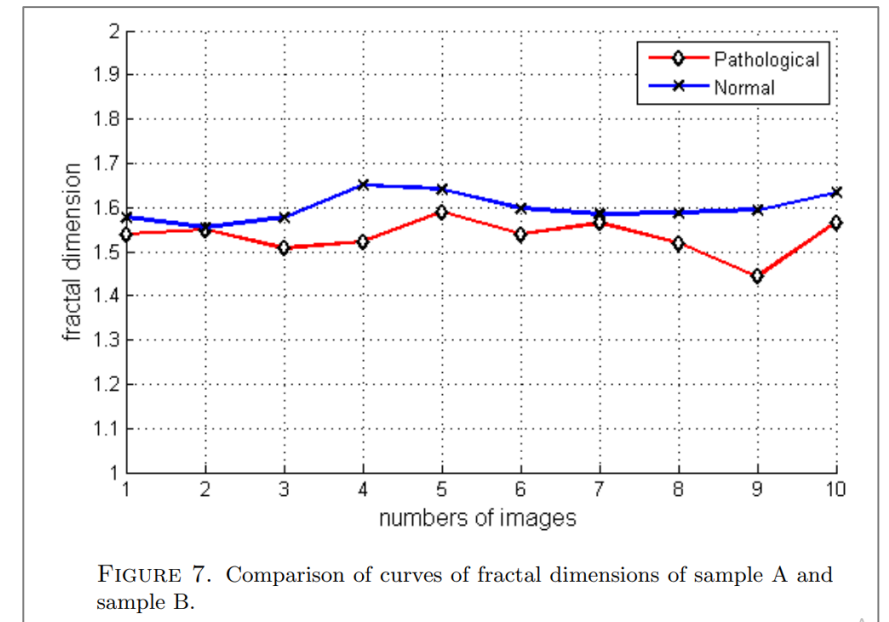


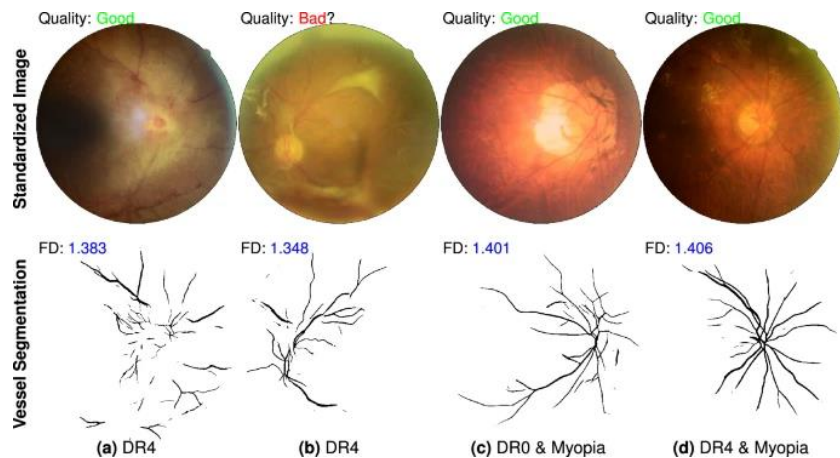
FIGURE 5. Image of a pathological retinal vessel network (file im0003.ah).



Фрактальный анализ: кейсы

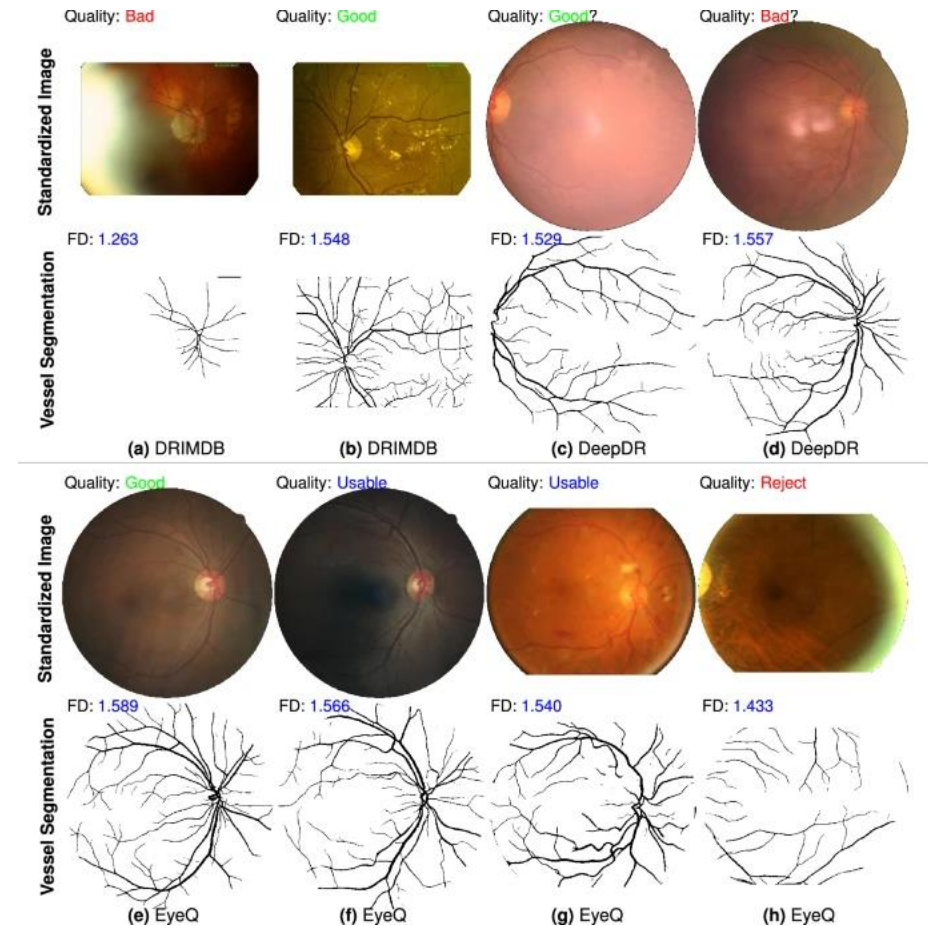
Фрактальный анализ в офтальмологии

Средний FD групп «хорошего» и «плохого» качества составляет 1,615 (95% доверительный интервал [ДИ] 1,603–1,627) и 1,559 (95% ДИ 1,539–1,579) соответственно.



Недостаток.

Неудачные примеры вызваны уменьшением плотности сосудов в наборе данных DeepDRiD. Неправильная классификация связана с наличием лишь нескольких видимых сосудов в поле зрения

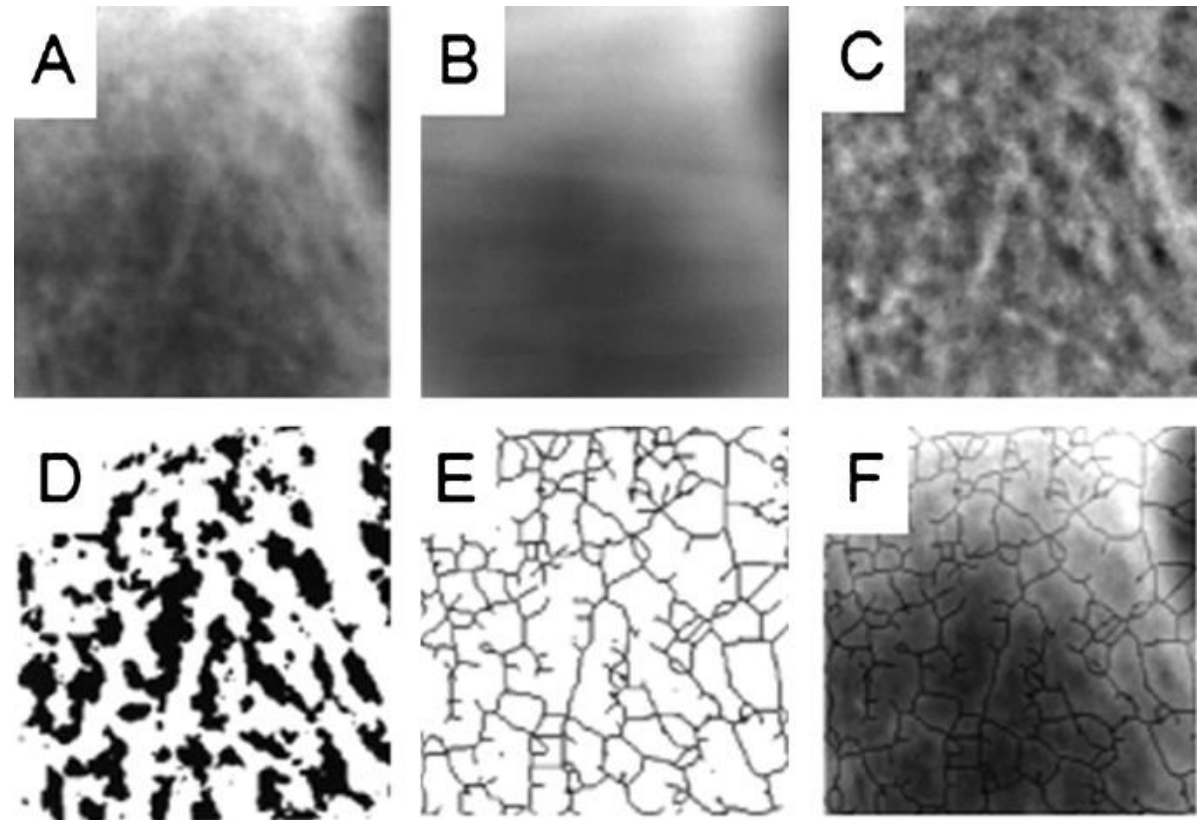


Источник: Fractal dimension of retinal vasculature as an image quality metric for automated fundus image analysis systems. Xingzheng Lyu, Purvish Jajal, Muhammad Zeeshan Tahir & Sanyuan Zhang. Scientific Reports volume 12, Article number: 11868 (2022)

Фрактальный анализ: кейсы

Фрактальный анализ в стоматологии

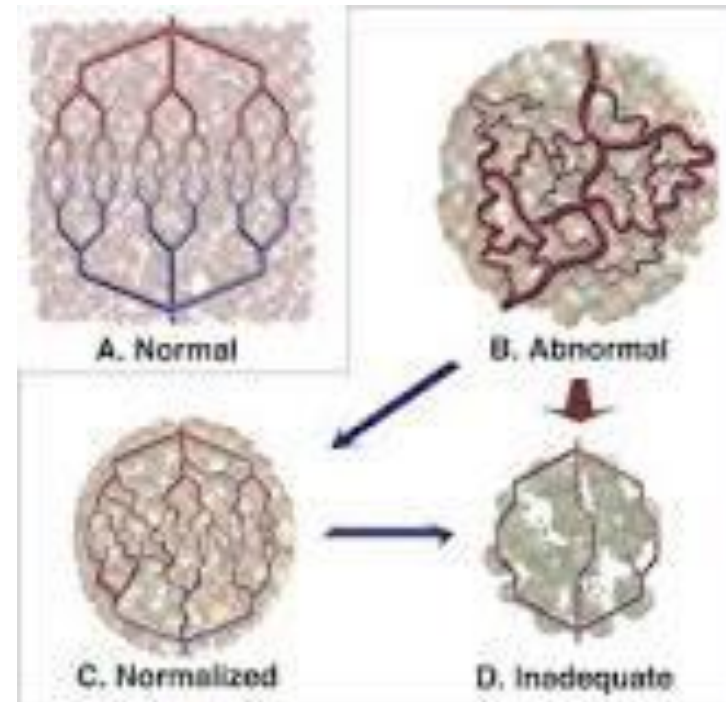
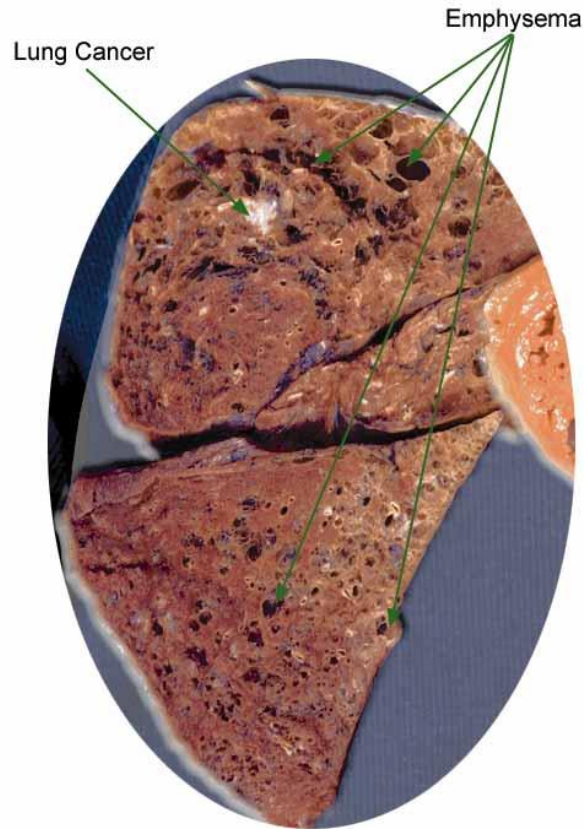
- лечение и мониторинг заживления,
- стоматологические материалы,
- зубные ткани,
- кариес,
- остеопороз,
- пародонтит,
- рак, синдром Шегрена,
- диагностика некоторых [других](#) состояний [и](#) о [бсуждение](#) достоверность определений ФД по рентгенограммам зубов



Источник: Fractals in dentistry. Ilván Sánchez, Gladys Uzcátegui. Journal of Dentistry. Volume 39, Issue 4, April 2011

Фрактальный анализ: кейсы

Фрактальный анализ на онкологию



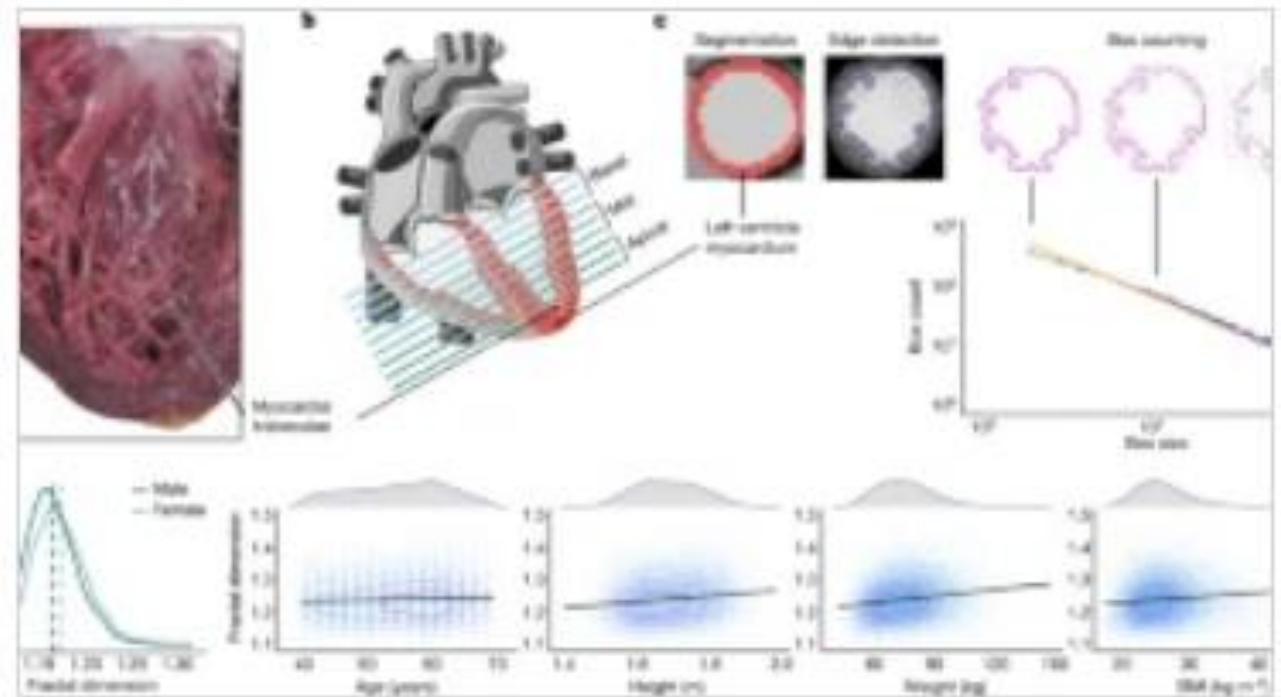
Нарушение фрактальности - болезнь

Источник: The Gompertzian View: Norton Honored for Role in Establishing Cancer Treatment Approach *JNCI: Journal of the National Cancer Institute*, Volume 96, Issue 20, 20 October 2004,

Фрактальный анализ: кейсы

Причинно-следственная связь между трабекулярной морфологией и риском сердечно-сосудистых заболеваний

Трабекулы - это мышечные тяжи, выступающие в полость левого желудочка и заметные при ультразвуковом исследовании. При правильно сформированном сердце и обычном расположении хорд и трабекул врач не слышит дополнительных шумов.

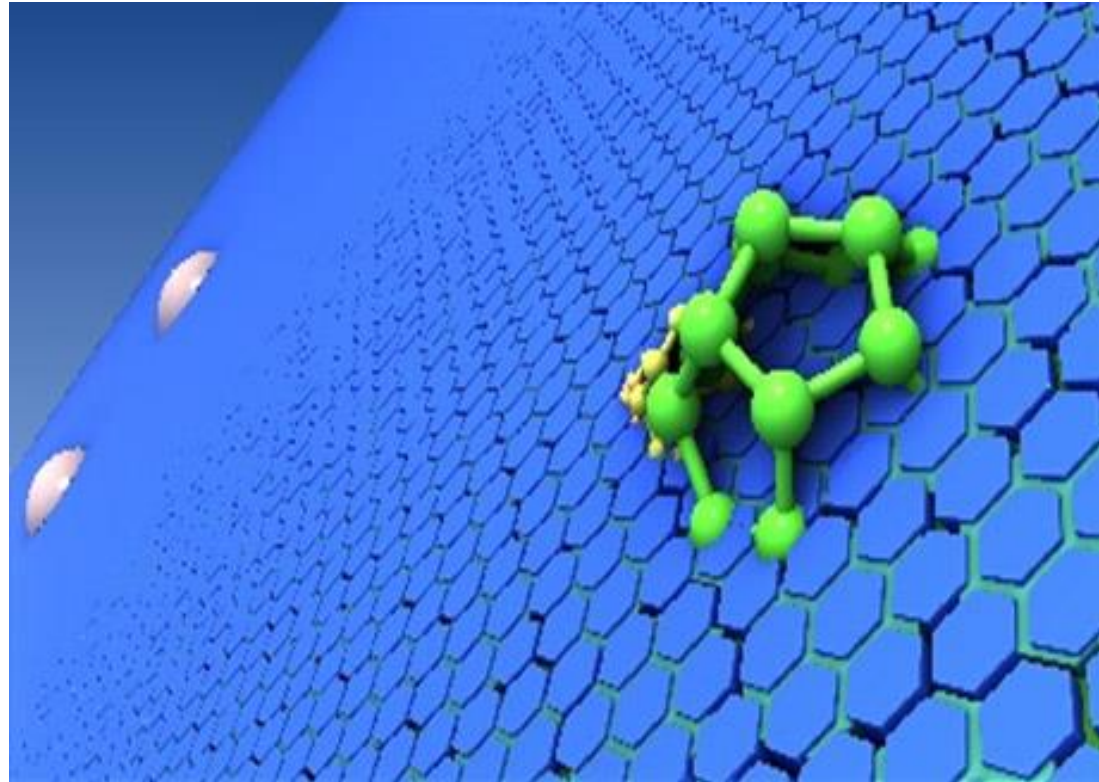


Источник: Генетический и функциональный взгляд на фрактальную структуру сердца. Ханна В. Мейер ,Тимоти Дж. В. Доус ,Марта Серрани ,Вэньцзя Бай ,Павел Токарчук ,Цзяшен Цай ,Антонио де Марвао ,Альберт Генри ,Р. Томас Ламберс ,Якоб Гертен ,Томас Тамбергер ,Йоахим Витбродт ,Джеймс С. Уэр , Дэниел Рюкерт ,Пол М. Мэтьюз ,Санджай К. Прасад ,Мария Л. Константино , Стюарт А. Кук ,Юэн Бирни иДеклан П. О'Риган
Природа

Фрактальное моделирование: моделирование процессов фрактальных моделей

Пример:
молекула
в графеновом поле.

Возможна анимация



Источник: Трубочкина Н. К. [Технологии цифрового искусства](#). // Мир техники кино. 2019. Т. 1. № 1(13).
С. 8-14.

Фрактальная цифровая томография

<https://www.youtube.com/watch?v=yMwYr3YHYww>

3D визуализация
фрактальных систем

Эксперимент: 3x-слоиная
математическая модель:

- срезы 3D фрактала.

Установка 3x-слоиная



Источник: Trubochkina N. K. [Fractal tomography and its application in 3D vision. N Trubochkina. 2018. J. Phys.: Conf. Ser. 955 012020](#) // *Journal of Physics: Conference Series*. 2018. Vol. 955. P. 1-6. [doi](#)

Фрактальная цифровая голография

<https://www.youtube.com/watch?v=EaWb0i3RO14>

Демонстрационный
пример: 11 слойное
видео фрактальной
модели

11-слойная
математическая модель:
из срезов 3D фрактала



Источник: Trubochkina N. K. [Fractal tomography and its application in 3D vision](#). N Trubochkina. 2018. *J. Phys.: Conf. Ser.* 955 012020 // *Journal of Physics: Conference Series*. 2018. Vol. 955. P. 1-6. [doi](#)

Достоинства и недостатки фрактальных моделей в медицине

Достоинства

- Самоподобие
- Высокий уровень самоорганизации
- Самооптимизация
- Саморегенерация
- Простота модели
- Масштабируемость
- Оптимальное время моделирования (за счет повторяемости)

Недостатки

- Вероятность хаотизации при моделировании (болезнь)
- Недостаточное качество наборов визуальных данных
- Недостаточное количество программного обеспечения
- Отсутствие стандартов

Фрактальные модели в организации структур здравоохранения

Структуры
фрактальных
моделей систем
управления

Медицинское
оборудование с
фрактальными
моделями

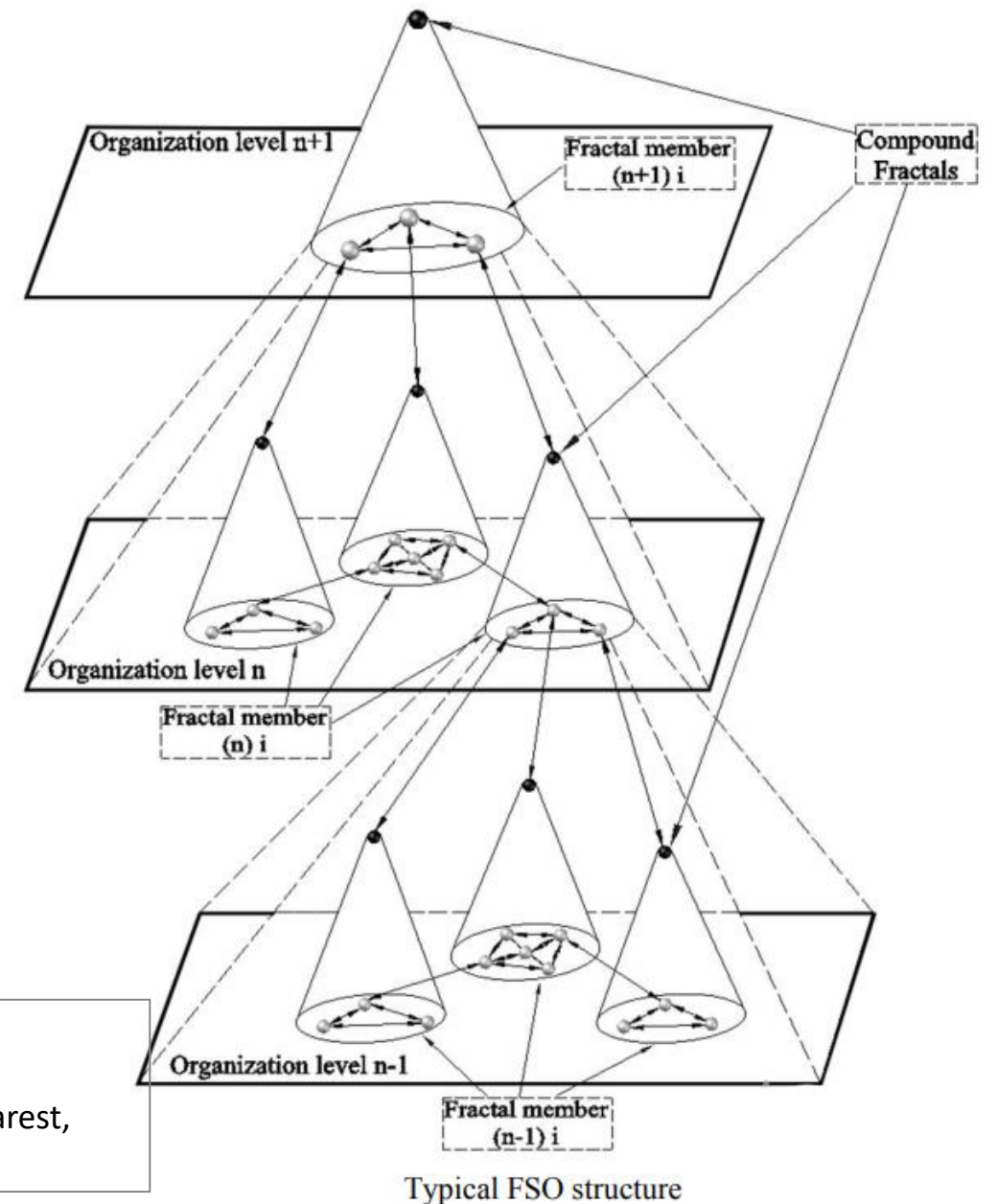
Фрактальные модели: кейсы

Фрактальная архитектура информационной системы здравоохранения

Новое решение для архитектуры информационной системы здравоохранения (HIS), которое учитывает:

- многоуровневую иерархию
- и сложность взаимодействия между распределенными объектами ...

Источник: Fractal Organization in Healthcare Information Systems
Cristina E. POENARU, Radu DOBRESU, Daniel MEREZEANU
Faculty of Automatic Control and Computers University POLITEHNICA of Bucharest Bucharest,
Romania , 2017 21st International Conference on Control Systems and Computer Science



Фрактальные модели: кейсы

Фрактальные антенны (носимые, для передачи данных с датчиков на теле)

U.S. Patent Sep. 17, 2002 Sheet 6 of 12 US 6,452,553 B1

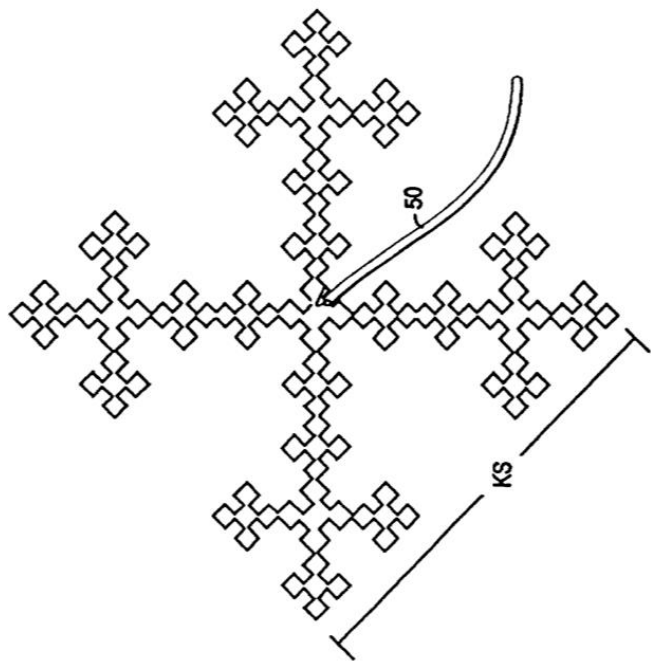
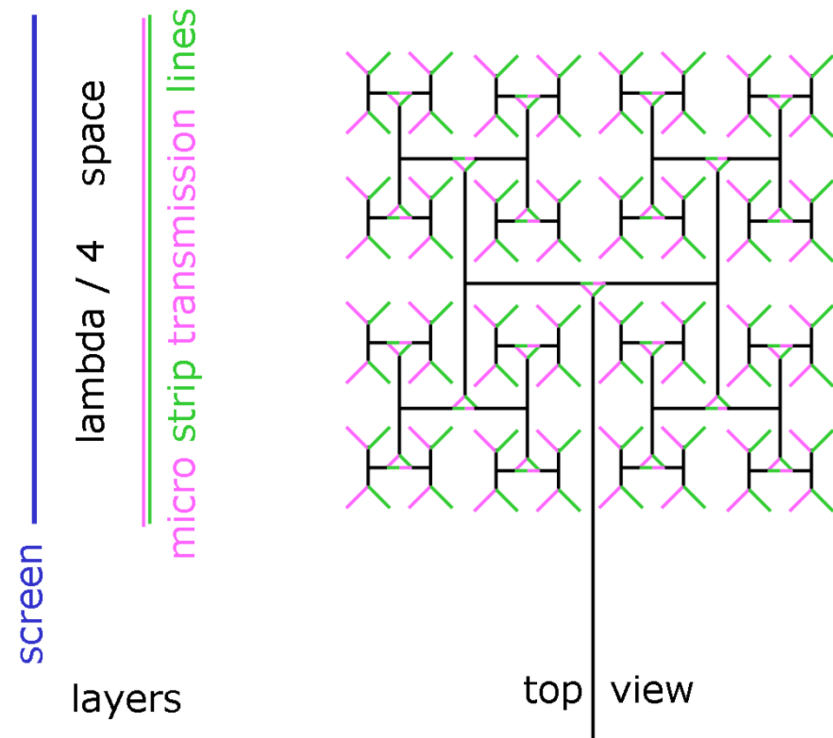


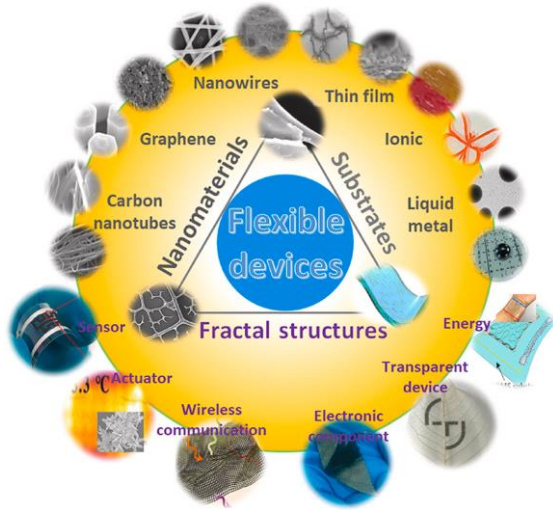
FIGURE 7E



Пример фрактальной антенны на основе пространственно заполняющей кривой Минковского

Древовидная фрактальная антенна (H-дерево)

Performance Analysis on Flexible Modified Koch Fractal Patch Antenna for Wearable Healthcare Application. Malar KGanesh R. Lecture Notes in Electrical Engineering (2022) 881 575-583



Фрактальные модели: кейсы Фрактальная гибкая электроника в здравоохранении

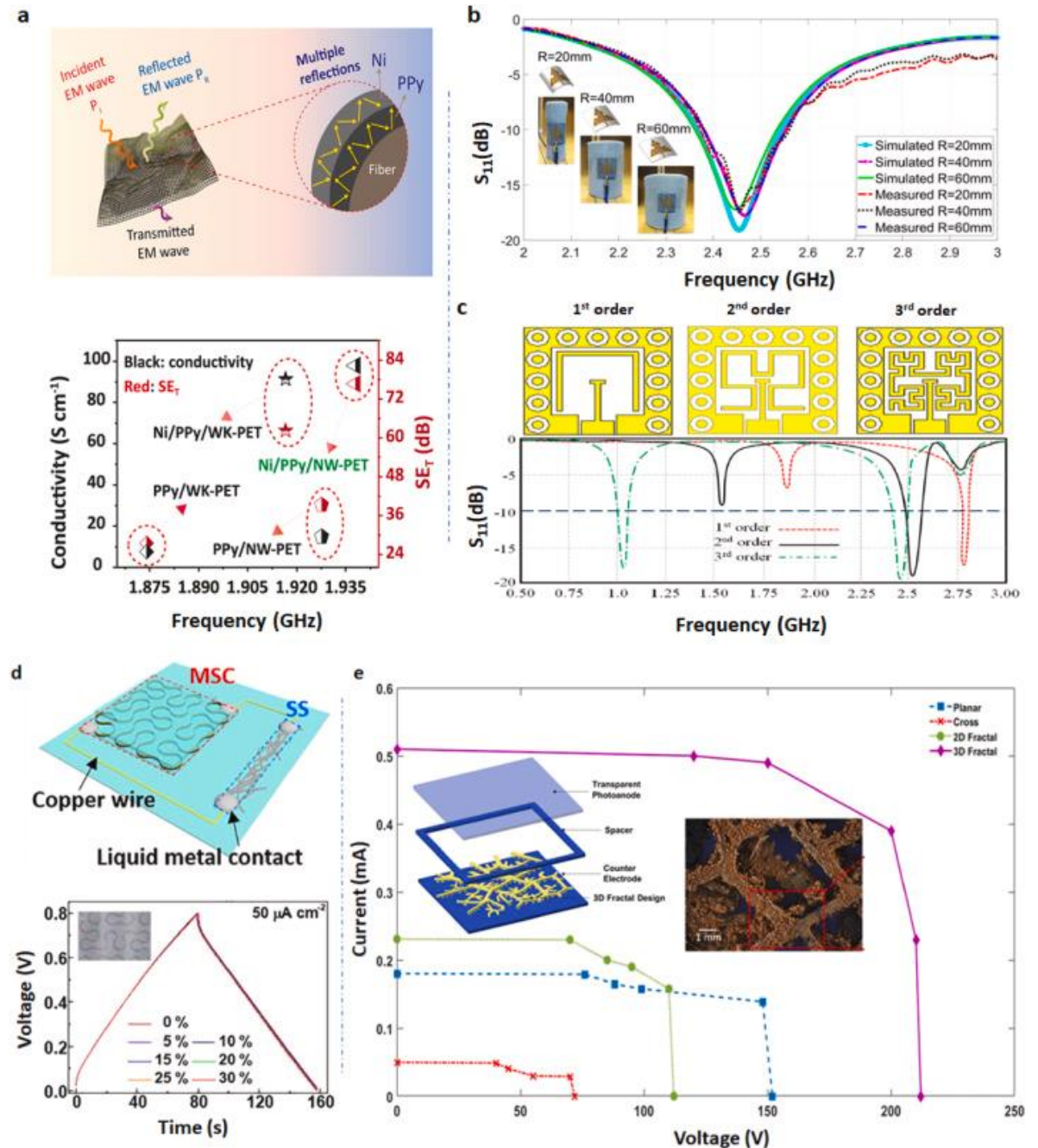
Применение:

- человеко-машинный интерфейс,
- беспроводная связь,
- генераторы энергии ...

Эти электронные устройства являются гибкими и небольшими по размеру, их можно прикреплять к одежде или коже.

- Подчеркивается важное значение фрактальных структур для устройств и приложений.

Источник: Fractal structures in flexible electronic devices. Vu CTruong TKim J. Materials Today Physics. DOI: 10.1016/j.mtphys.2022.100795



Особенности и перспективы развития данного направления

Сложность:

Знание на стыке дисциплин:

- Математика
- IT
- Электроника
- Физика
- Биология
- Генетика
- Теория управления

Выигрыш:

Новый, более высокий научно- практический уровень медицины и здравоохранения

Решение:

1. объединение специалистов по направлениям в единую систему (лаборатория, институт)
2. Дополнительное образование специалистов

Развитие известных кейсов (повышение точности моделей, новые алгоритмы, ИИ)

Создание новых кейсов

ЦИФРОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ЗДРАВООХРАНЕНИИ

Совместный научно-практический семинар

МИЭМ НИУ ВШЭ и Лаборатории управления общественным здоровьем ИПУ РАН

https://miem.hse.ru/dig_tech_healthcare_seminar

Спасибо за внимание!

Трубочкина Надежда Константиновна,

д.т.н., профессор ДКИ МИЭМ ВШЭ

E-mail:

ntrubochkina@hse.ru

nd-painting@list.ru

Авторский сайт (см. раздел «Фракталы»):

<https://nadin-it.ru>