ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ЭВОЛЮЦИОННОЙ ИГРЫ НОВАКА-МЭЯ С ЗАМОРОЖЕННЫМ БЕСПОРЯДКОМ НА УЗЛАХ КВАДРАТНОЙ РЕШЁТКИ

Б.Д. Зиннуров
НИУ ВШЭ,
департамент прикладной математики
МИЭМ НИУ ВШЭ

Аннотация

Мы изучаем пространственную эволюционную игру, основанную на Дилемме заключённого. Представлены результаты исследования параметров игры на квадратной решётке с замороженным беспорядком на узлах.

Введение

Нами проводится исследование модификаций пространственно-распределённой игры Новака-Мэя на квадратной решётке. Начальное состояние игры случайное, правила эволюции детерминистические [1]. На больших временах система приходит в стационарное состояние, которое характеризуется определённым значением плотности компонент, зависящим от параметров игры. Одной из таких компонент являются кооператоры, плотность которых зависит от параметра выигрыша b (рис.1).

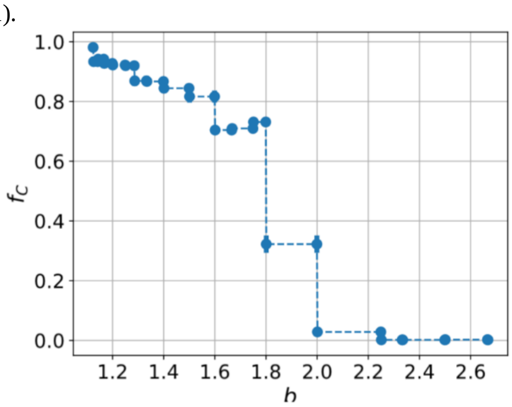

Рис. 1. Среднее значение плотности кооператоров в стационарном состоянии как функция параметра игры b. Воспроизведено из [2]. Внутри одного режима для разных b поведение игры идентично.

Целью работы является исследование модификации игры с учётом замороженного беспорядка. Рассматривается поведение поля на разных режимах и вычисление средней плотности кооператоров.

Игра

В игре участвуют L^2 агентов на узлах квадратной решётки $L \times L$.

На каждом ходу участник может быть кооператором C или дефектором D. Участник играет с ближайшими агентами (соседями) и с самим собой и получает выигрыш, равный сумме выигрышей во всех своих попарных играх согласно таблице 1. После этого участник определяет, кто из его соседей имеет наибольший выигрыш и на следующем ходу выбирает его стратегию. Как только все участники на поле сыграли со всеми своими соседями, считается, что система сделала один ход эволюции. Все игроки на решётке действуют синхронно и помнят только предыдущий ход. Из выше сказанного следует, что стратегию игрока определяют его соседи и параметр выигрыша b.

	C	D
C	1	0
D	b	0

Таблица 1. Таблица выигрышей Дилеммы заключённого, b – параметр выигрыша

Режимы при беспорядке на узлах

Задачей является исследовать, как беспорядок меняет игру на квадратной решётке. Под беспорядком подразумевается изменение локального координационного числа ЛКЧ (т.е. количества соседей). Достигается это путём отключения регулируемого процента узлов решётки, т.е. такие игроки не будут являться ни кооператорами, ни дефекторами. В нашем случае беспорядок является статичным [3] – отключенные узлы представляют собой недвижимые препятствия на пути взаимодействия игроков (рис.2).

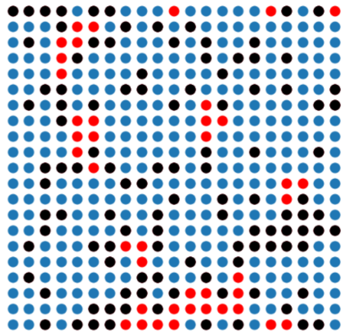

Рис. 2. Картина игрового поля 21×21 с 25% отключенных узлов (чёрные). Красные – дефекторы, синие – кооператоры.

Игры проводятся для большого множества равномерно распределённых b на отрезке от 1 до 3 на поле 99×99. Для всех игр количество кооператоров было установлено на отметке 50% от общего числа активных участников. Перед началом измерений для каждой игры проводилось 5000 шагов отжига, чтобы система пришла в стационарное состояние. После отжига плотность кооператоров наблюдается в течение 500 шагов. Чтобы минимизировать влияние случайности на результат вычислений, игры проводятся для десяти разных начальных конфигураций поля.

Построим график зависимости ЛКЧ от степени беспорядка (рис.3).

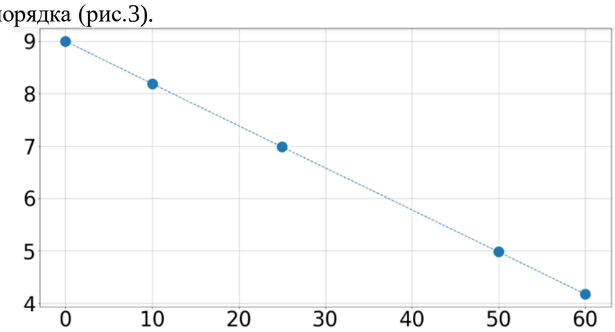

Рис. 3. График зависимости ЛКЧ решётки от процента неактивных участников. Наблюдения проводились при 0, 10, 25, 50 и 60% отключенных узлов и усреднялись по 10 различным начальным конфигурациям игрового поля.

Исходя из результатов графика при 25% неактивных узлов среднее число соседей каждого игрока равно 7, включая самого игрока. Это соответствует игре на треугольной решётке [2].

Теперь проведём наблюдения за режимами игры. Постепенно увеличивая беспорядок, замечаем изменение их количества (рис.4).

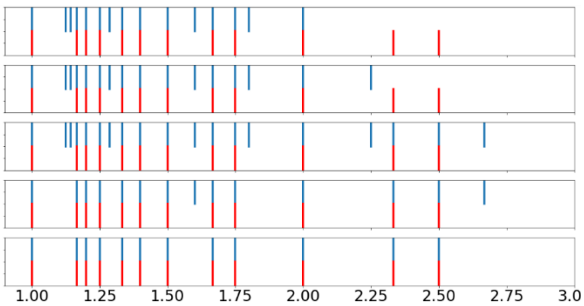

Рис. 4. Границы режимов игры на квадратной решётке. Синим отмечены сверху вниз: 0, 10, 25, 50, 60% беспорядка. Красным отмечены границы режимов для треугольной решётки.

Для значений b в пределах от 1 до 3 аналитически было найдено больше границ режимов, чем представлено при нулевом беспорядке. Однако, при больших значениях b плотность кооператоров обращается в нуль, следовательно, вычислительные эксперименты выявить эти границы не в силах. По мере увеличения степени беспорядка происходят две вещи: появляются режимы на больших b, так как некоторые кооператоры оказываются изолированы от дефекторов отключенными узлами, что помогает им выжить; исчезают режимы при меньших значениях b, предположительно потому что ЛКЧ уменьшается и стремится к показателю треугольной решётки.

Тем не менее, в соответствии с рис.3, границы режимов должны были достичь значений для треугольной решётки уже на 25%, но происходит это лишь при 60% беспорядка. Исходя из этого возникают два варианта: первый, ЛКЧ не является единственным показателем, определяющим границы режимов; второй, вычисление среднего значения ЛКЧ по всей решётке некорректно.

Заключение

Наблюдение за модификацией системы Новака-Мэя показывает, как наличие замороженного беспорядка на узлах меняет режимы игры.

Статья подготовлена в ходе проведения исследования №18-05-0024 в рамках Программы «Научный фонд Национального исследовательского университета „Высшая школа экономики“ (НИУ ВШЭ)» в 2018-2019гг. и в рамках государственной поддержки ведущих университетов Российской Федерации «5-100».

Список литературы

1. Nowak M., May R. Evolutionary games and spatial chaos // Nature, 1992. N.359. P.826.
2. Burovski E., Malyutin A., Shchur L., On the geometric structures in evolutionary games on square and triangular lattices, arXiv:1811.08784.
3. Vainstein M., Arenzon J. Disordered Environments in Spatial Games // Phys. Rev. E, 2001, V.64