

**МИЭМ**

Московский институт электроники  
и математики им. А.Н.Тихонова



**НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
"ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ"**

Московский институт электроники и  
математики им. А.Н. Тихонова  
Национального исследовательского университета  
"ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ"



**МАТЕРИАЛЫ КОНФЕРЕНЦИИ**

**2019**

**МЕЖВУЗОВСКАЯ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ  
СТУДЕНТОВ, АСПИРАНТОВ И МОЛОДЫХ СПЕЦИАЛИСТОВ  
имени Е.В. АРМЕНСКОГО**

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»

МОСКОВСКИЙ ИНСТИТУТ ЭЛЕКТРОНИКИ И МАТЕМАТИКИ им. А.Н.Тихонова  
НАЦИОНАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО УНИВЕРСИТЕТА  
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»



**Межвузовская научно-техническая  
конференция студентов, аспирантов  
и молодых специалистов  
имени Е.В. Арменского**

**МАТЕРИАЛЫ КОНФЕРЕНЦИИ**

Москва 2019 г.

ББК 2+3

Н 34

Межвузовская научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых специалистов им. Е.В. Арменского. Материалы конференции. - М. ~: МИЭМ НИУ ВШЭ, 2019. – 278 стр.

**ISBN 978-5-94768-074-4**

В материалах конференции студентов, аспирантов и молодых специалистов представлены тезисы докладов по следующим направлениям: математика и компьютерное моделирование; информационно-коммуникационные технологии; автоматизация проектирования, банки данных и знаний, интеллектуальные системы; компьютерные образовательные продукты; информационная безопасность; электроника и приборостроение; производственные технологии, нанотехнологии и новые материалы; инновационные технологии цифровой экономики; инновационные технологии в дизайне.

Материалы конференции могут быть полезны для преподавателей, студентов, научных сотрудников и специалистов, специализирующихся в области прикладной математики, информационно-коммуникационных технологий, электроники, информационной безопасности и дизайна.

Редакционная коллегия: Е.А. Крук, С.А. Аксенов, С.М. Авдошин, У.В. Аристова,  
Г.Г. Бондаренко, Л.С. Восков, А.А. Елизаров,  
Э.С. Клышинский, А.Б. Лось, Н.С. Титкова

Издание осуществлено с авторских оригиналов.

ISBN 978-5-94768-074-4

© Московский институт электроники и математики Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики», 2019 г.  
© Авторы, 2019г.

Внутренне пространство между окружностями с радиусами  $r$  и  $R_d$  разделим на две области, задав еще одну окружность с радиусом  $R_c$ . В диапазоне между окружностями  $R_c$  и  $R_d$  частица будет двигаться с шагом  $\delta_1$ , а в диапазоне между  $r$  и  $R_c$  с шагом  $\delta_2$ , при этом  $\delta_2 < \delta_1$ .

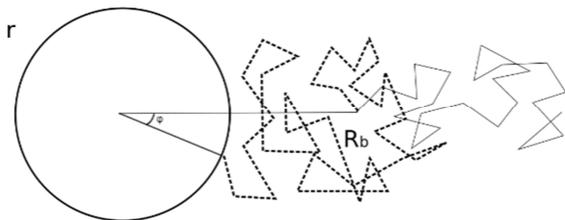


Рис.1. Схема рождения и блуждания частицы с фиксированным шагом

Последний алгоритм – «линейный» алгоритм. В нем шаг частицы линейно зависит от расстояния от частицы до начала координат и рассчитывается по формуле:

$$\delta(x) = \delta_b - (\delta_b - \delta_h) \frac{R_b - x}{R_b - r}$$

Значение шага  $\delta(x)$  уменьшается линейно от значения  $\delta_b$  на окружности рождения до значения  $\delta_h$  - размера шага на окружности прилипания.

### Результаты

Чтобы сравнивать алгоритмы между собой оценим количественно погрешность, для этого рассчитаем  $\Delta P(\varphi) = \frac{p(\varphi) - p_{\text{exact}}(\varphi)}{p_{\text{exact}}(\varphi)}$  где  $p$  и  $p_{\text{exact}}$  соответственно результат численного моделирования и аналитической формулы при угле прилипания  $\varphi \in [-\pi, \pi]$ . Среднее отклонение рассчитывается по формуле  $\Delta P_{\text{av}}(\varphi) = \frac{\sum_{i=1}^M P_i(\varphi)}{M}$ , где  $M=200$  – количество запусков программы, в каждом запуске 10 000 частиц,  $r = 10$ ,  $R_b = 20$ ,  $R_d = 200$ .

В работе [1] было обнаружено, что зависимость отклонения  $\Delta P_{\text{av}}(\varphi)$  от угла  $\varphi$  имеет экстремум при  $\varphi = 0$ . Поэтому мы выберем значение  $\Delta P_{\text{av}}(0)$  в качестве индикатора, по которому будем сравнивать точность алгоритмов.

В Табл.1 представлены результаты 200 прогонов алгоритма с фиксированным шагом, равным 1 и 0.1. По Табл.1 видно, что моделирование с меньшим шагом приводит к лучшей точности, но время, потраченное на один прогон, тоже увеличивается в несколько раз.

Таблица 1. Время работы одного прогона алгоритма и среднее отклонение для алгоритма с фиксированным шагом, равным 0.1 и 1.

$\delta$	$\Delta P_{\text{av}}$	Время, мин
1	0.056(2)	0.1520(4)
0.1	0.015(2)	14.68(3)

Таблица 2. Время работы одного прогона, среднее отклонение и ускорение «двух-областного» алгоритма относительно алгоритма с фиксированным шагом 0.1

	$\delta_1$	$\delta_2$	$\Delta P_{\text{av}}$	Время, мин	Ускорение
11	1	0.03	0.015(2)	0.1629(2)	88
15	1	0.01	0.014(2)	7.38(1)	2
15	5	0.03	0.014(2)	0.2962(2)	50

В Табл.2 приведен «двух-областной» алгоритм с такими параметрами, чтобы среднее отклонение  $\Delta P_{\text{av}}$  было максимально схожим со значением для алгоритма с фиксированным шагом 0.1, и с колонкой «ускорение» относительно времени работы алгоритма с фиксиро-

ванным шагом 0.1. Видно, что алгоритм при определенных параметрах дает сильное ускорение, по сравнению с алгоритмом с фиксированным шагом.

В Табл.3 представлен «линейный» алгоритм, мы можем увидеть, что этот алгоритм работает во много раз быстрее, чем предыдущие два алгоритма, достигая при этом такой же точности. Поэтому для дальнейших исследований случайных блужданий мы возьмем «линейный» алгоритм.

Таблица 3. Время работы одного прогона, среднее отклонение и ускорение «линейного» алгоритма относительно алгоритма с фиксированным шагом 0.1

$\delta_b$	$\delta_h$	$\Delta P_{\text{av}}$	Время, мин	Ускорение
1	0.05	0.016(2)	0.02163(8)	679
2	0.1	0.015(2)	0.00559(6)	2626
8	0.05	0.016(2)	0.00055(6)	26691

### Заключение

На основе проведенного исследования можно утверждать, что для дальнейших исследований наилучшим алгоритмом будет алгоритм с изменением шага по линейному закону. Такой алгоритм является самым быстрым и точным из рассмотренных.

### Список литературы:

1. T. A. Witten, L. M. Sander, Diffusion-Limited Aggregation, a Kinetic Critical Phenomenon, Physical Review Letters 47, 1400 (1981)
2. O. Klimenkova, A. Menshutina, and L. N. Shchur, Influence of the random walk finite step on the first-passage probability, J. Phys.: Conf. Ser. 955 012009 (2018).
3. J. Nittman, H. E. Stanley, Non-deterministic approach to anisotropic growth patterns with continuously tunable morphology: the fractal properties of some real snowflakes, J. Phys. A: Math. Gen. 20, L1185 (1987).
4. L. Niemeyer, L. Pietronero, H. J. Wiesmann, Fractal Dimension of Dielectric Breakdown, Physical Review Letters 52, 1033 (1984). snowflakes, J. Phys. A: Math. Gen. 20, L1185 (1987).
5. A. Yu. Menshutina, L. N. Shchur, Test of multiscaling in a diffusion-limited-aggregation model using an off-lattice killing-free algorithm, Physical Review E 73, 011407 (2006).

## ИССЛЕДОВАНИЕ ФЛУКТУАЦИЙ ПЛОТНОСТИ КООПЕРАТОРОВ В ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ЭВОЛЮЦИОННОЙ ИГРЕ НОВАКА-МЭЯ НА ТРЕУГОЛЬНОЙ РЕШЁТКЕ

Б.Д. Зиннуров

Национальный исследовательский университет  
«Высшая школа экономики»,  
департамент прикладной математики  
МИЭМ НИУ ВШЭ

### Аннотация

Мы изучаем пространственную эволюционную игру, основанную на Дилемме заключенного. Представлены результаты исследования периодичности флуктуаций плотности кооператоров на треугольной решётке в зависимости от параметров игры.

### Введение

Нами проводится исследование пространственно-распределённой игры Новака-Мэя на треугольной решётке. Начальное состояние игры случайное, правила эволюции детерминистические [1]. На больших временах система приходит в стационарное состояние, которое характеризуется

определённым значением плотности компонент, зависящим от параметров игры. Предварительные наблюдения показывают, что временная зависимость плотности периодична.

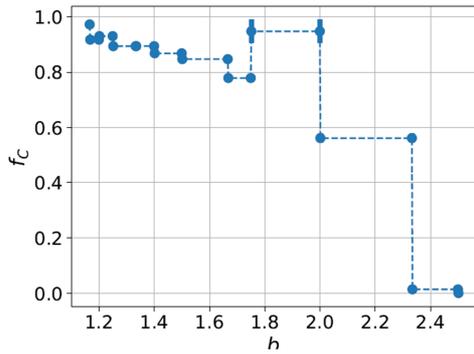


Рис.1. Среднее значение плотности кооператоров в стационарном состоянии как функция параметра игры  $b$ . Воспроизведено из [2].

Целью работы является наблюдение за колебаниями плотности на треугольной решётке, когда игра достигает стабильного состояния. Исследования проводятся при различных значениях таких параметров игры, как коэффициент выигрыша  $b$ , размер решётки, начальное количество кооператоров и реализация начального распределения стратегий на игровом поле. В каждом случае система делает 5000 шагов отжига, после чего рассматривается поведение системы на каждом шаге. Все вычисления проводились на Python 3. Стационарное поведение игры скачкообразно меняется в критических значения параметра игры  $b$ : 1,  $5/4$ ,  $4/3$ ,  $3/2$ ,  $5/3$ ,  $7/4$ , 2,  $7/3$ , 3.

### Игра

В игре участвуют  $L^2$  агентов на узлах треугольной решётки  $L \times L$ .

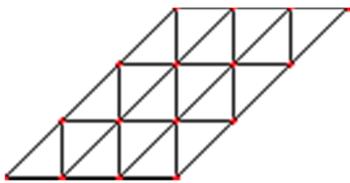


Рис.2. Треугольная решётка  $4 \times 4$ . Длины вертикального, горизонтального и диагонального рёбер одинаковы

На каждом ходу участник может быть кооператором (C) или дефектором (D). Участник играет с ближайшими агентами (соседями) и получает выигрыш, равный сумме выигрышей во всех своих попарных играх согласно таблице [1]:

Таблица 1. Матрица выигрышей дилеммы заключённого,  $b$  – параметр выигрыша

	C	D
C	1	0
D	$b$	0

После этого участник определяет, кто из его соседей имеет наибольший выигрыш и на следующем ходу выбирает его стратегию [1].

### $1 < b < 5/4$

Для всех рассмотренных размеров игрового поля, значений начальной концентрации и реализаций начального распределения стратегий результат един: количество кооператоров достигает определённого значения и колебания отсутствуют.

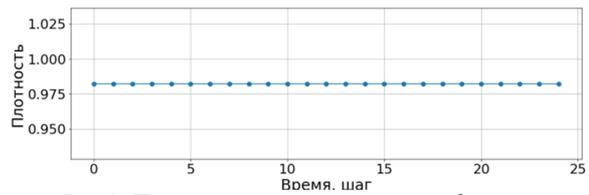


Рис.3. Плотность кооператоров как функция времени для поля  $72 \times 72$  с начальной концентрацией кооператоров 50%.

### $5/4 < b < 4/3$

В этом режиме для всех рассмотренных размеров поля, значений начальной концентрации и реализаций начального распределения стратегий имеем данное колебание плотности (см. рис. 4).

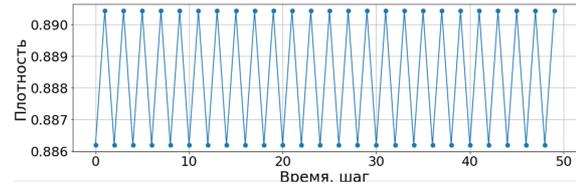


Рис.4. Плотность кооператоров как функция времени для поля  $72 \times 72$  с начальной концентрацией кооператоров 50%.

Как видно из рис. 4, сигнал является монохроматическим, содержит единственную частоту, равную 0.5, что соответствует периоду в 2 шага игры. (Дальнейшие исследования показали, что во всех случаях, когда система имеет единственный период колебаний, он равен 2).

Однако есть исключение для начальной концентрации 70% поля  $72 \times 72$ .

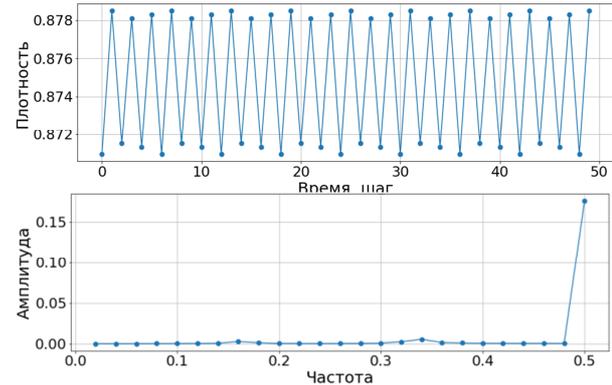


Рис.5. Плотность кооператоров как функция времени (верхняя панель), Фурье-спектр плотности (нижняя панель) для поля  $72 \times 72$  с начальной концентрацией кооператоров 70%.

В данном случае колебания более сложные. Присутствие разных частот означает, что существуют локальные области («решёточные звери»), колеблющиеся каждая со своим постоянным периодом, что и вызывает такую флуктуацию плотности. Тем не менее, как видно из второго графика на рис. 5, частота 0.5 преобладает, т.е. большинство зверей колеблется с периодом 2, что и замечаем на первом графике.

Ситуация меняется, если использовать другую реализацию начального распределения стратегий.

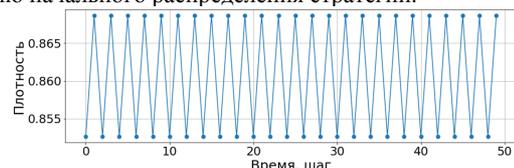


Рис.6. Плотность кооператоров как функция времени для поля  $72 \times 72$  с начальной концентрацией кооператоров 70%.

Здесь мы видим колебание с единственным периодом  $2.4/3 < b < 3/2$

Поведение системы на полях  $33 \times 33$  и  $72 \times 72$  схоже: сложный период колебаний при начальной концентрации кооператоров 21% и простой период при 50% и 70%.

Система ведёт себя иначе на малом поле  $15 \times 15$ : при 21% колебания плотности монокроматичны, как и при 50%, а при 70% они отсутствуют.

При использовании другой реализации начального распределения стратегий получаем совершенно иные результаты: для поля  $72 \times 72$  при всех начальных концентрациях присутствует сложный период, для поля  $33 \times 33$  – только простой, а для поля  $15 \times 15$  колебания присутствуют только при 21%, и они простые.

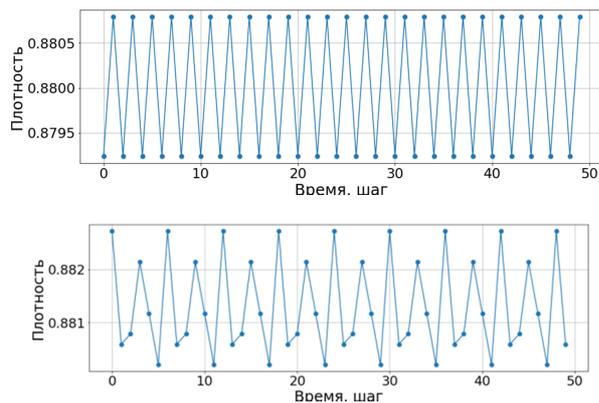


Рис.7. Плотности кооператоров как функции времени для поля  $72 \times 72$  с начальной концентрацией кооператоров 50% и разными реализациями начального распределения стратегий.

$7/3 < b < 3$

При таком граничном случае на малом поле  $15 \times 15$  при всех начальных концентрациях кооператоров и при всех рассмотренных реализациях начального распределения стратегий плотность кооператоров равна нулю.

При концентрации 21% и 50% такая же картина повторяется и для полей  $33 \times 33$  и  $72 \times 72$ . Однако для концентрации 70% в зависимости от реализации начального распределения стратегий плотность может представлять ненулевую постоянную величину или колебаться около ненулевого значения.

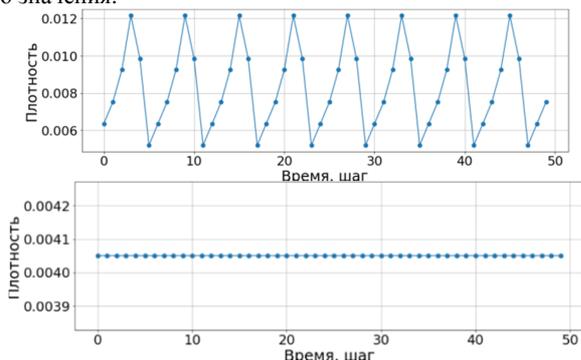


Рис.8. Плотности кооператоров как функции времени для поля  $72 \times 72$  с начальной концентрацией кооператоров 70% и разными реализациями начального распределения стратегий.

### Заключение

Во всех режимах игры наблюдается периодичность плотности кооператоров. Нередко период колебаний плотности является простым и равен 2. Во всех режимах, кроме  $1 < b < 5/4$ , появляется зависимость плотности от различных

параметров игры, что и было продемонстрировано в статье на примере некоторых режимов.

Статья подготовлена в ходе проведения исследования №18-05-0024 в рамках Программы «Научный фонд Национального исследовательского университета „Высшая школа экономики“ (НИУ ВШЭ)» в 2019-2020гг. и в рамках государственной поддержки ведущих университетов Российской Федерации «5-100».

### Список литературы:

1. M.A. Nowak and R.M. May, Evolutionary games and spatial chaos, Nature 359, 826 (1992).
2. E. Burovski, A. Malyutin, L. Shchur, On the geometric structures in evolutionary games on square and triangular lattices, arXiv:1811.08784.

## О ЗАТУХАНИИ ГЕНЕРАЦИИ СПАЙКОВ В БИОФИЗИЧЕСКИ-РЕАЛИСТИЧНЫХ МОДЕЛЯХ НЕЙРОНА, СТИМУЛИРУЕМОГО БОЛЬШИМ ПОСТОЯННЫМ ТОКОМ

Т.С. Земскова<sup>1</sup>, А.В. Параскевов<sup>2</sup>  
<sup>1</sup>ИНБИКСТ МФТИ  
<sup>2</sup>Курчатовский институт

### Аннотация

Для двух наиболее популярных биофизических моделей нейрона, Моррис-Лекара и Ходжкина-Хаксли, исследованы особенности затухания периодической генерации спайков при стимуляции нейрона достаточно большим постоянным деполяризующим током. Выявлены как универсальные особенности, так и зависящие от конкретной модели нейрона. Полученные результаты свидетельствуют о том, что детальное экспериментальное исследование реакции трансмембранного потенциала нейрона на стимуляцию большим постоянным током целесообразно, поскольку может привести к созданию нового теста на релевантность биофизических нейронных моделей.

### Введение

Генерация спайка – это проявление нелинейной импульсной релаксации трансмембранного потенциала нейрона к стационарному физиологическому значению (т.н. потенциалу покоя). Стимуляция нейрона постоянным током является базовым электрофизиологическим методом изучения спайкового отклика нейрона и идентификации типа возбудимости нейрона (по Ходжкину [1]). В классических биофизических моделях нейрона, Ходжкина-Хаксли (НН) [2] и Моррис-Лекара (МЛ) [3], учитывающих динамику потенциал-зависимых ионных каналов и правдоподобно описывающих форму спайка (потенциала действия), периодическая генерация спайков прекращается при стимуляции нейрона достаточно большим постоянным деполяризующим током  $I_{stim}$ . Таким образом, существует конечный интервал значений  $I_{stim}$ , где происходит периодическая генерация спайков. Наличие верхней границы этого интервала резко контрастирует с поведением более простой и широко используемой модели т.н. LIF(Leaky Integrate-and-Fire)-нейрона, для которой есть только нижняя граница (см. рис. 1), определяемая существованием порогового значения потенциала нейрона, превышение которого постулированно приводит к генерации спайка, после чего потенциал LIF-нейрона мгновенно релаксирует к потенциалу покоя [4].

Важно отметить, что конечная верхняя граница для МЛ и НН моделей существует безотносительно к типу возбудимости нейрона, определяющему непрерывность (1-й тип) или разрывность (2-й тип) функциональной зависимо-