**Национальный исследовательский университет**
**"ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ"**

Московский институт электроники и математики
им. А.Н.Тихонова Национального исследовательского
университета "ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ"

# Материалы конференции

Межвузовская научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых специалистов имени Е.В. Арменского

2018

**НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»**

**МОСКОВСКИЙ ИНСТИТУТ ЭЛЕКТРОНИКИ И МАТЕМАТИКИ им.А.Н.Тихонова НАЦИОНАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО УНИВЕРСИТЕТА «ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»**

ФОНД СОДЕЙСТВИЯ РАЗВИТИЮ
малых форм предприятий в научно-технической сфере

SuperJob

# Межвузовская научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых специалистов имени Е.В. Арменского

# МАТЕРИАЛЫ КОНФЕРЕНЦИИ

**Москва 2018г.**

ББК 2+3
Н 34

Межвузовская научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых специалистов им. Е.В. Арменского. Материалы конференции. - М. ~: МИЭМ НИУ ВШЭ, 2018. – 304.

**ISBN 978-5-94768-079-9**

В материалах конференции студентов, аспирантов и молодых специалистов представлены тезисы докладов по следующим направлениям: математика и компьютерное моделирование; информационно-коммуникационные технологии; автоматизация проектирования, банки данных и знаний, интеллектуальные системы; компьютерные образовательные продукты; информационная безопасность; электроника и приборостроение; производственные технологии, нанотехнологии и новые материалы; инновационные технологии цифровой экономики; инновационные технологии в дизайне.

Материалы конференции могут быть полезны для преподавателей, студентов, научных сотрудников и специалистов, специализирующихся в области прикладной математики, информационно-коммуникационных технологий, электроники, дизайна.



Издание осуществлено с авторских оригиналов.

ISBN 978-5-94768-079-9

использован для интерпретации экспериментальных данных для модели Хаббарда с половинным заполнением в ультрахолодных газах в оптических решетках.

**Введение**

Одним из магистральных направлений исследований в области ультрахолодных квантовых газов является так называемая «квантовая симуляция»: непосредственная экспериментальная реализация фундаментальных моделей физики сильно коррелированных систем с контролируемыми параметрами. В работе [1] впервые удалось напрямую наблюдать антиферромагнитное упорядочение в модели Хаббарда, что открывает возможность прямого экспериментального изучения фазовой диаграммы модели, в контексте механизмов формирования высокотемпературной сверхпроводимости. Количественная интерпретация экспериментальных данных затруднена невозможностью непосредственного измерения температуры системы.

В настоящей работе мы представляем перспективный способ термометрии экспериментальных данных, основанный на температурной зависимости спиновых корреляционных функций.

**Основная часть**

В работе [1] построена система, описываемая моделью Хаббарда, гамильнониан которой имеет вид

$$\hat{H} = -t \sum_{\langle i,j\rangle,\sigma} \left(\hat{c}^{\dagger}_{i,j}\ \hat{c}_{i,\sigma} + \hat{c}^{\dagger}_{i,j}\hat{c}_{i,\sigma}\right) + U\sum_{i=1}^{N} \widehat{n_{i\uparrow}}\widehat{n_{i\downarrow}}$$

Экспериментально измеряется спиновая корреляционная функция

$$C_d = \frac{1}{N_d}\frac{1}{S^2}\sum_{r,s\in\Omega,\mathrm{d}=\mathrm{r}-\mathrm{s}} \langle \hat{S}^z_r\ \hat{S}^z_s\rangle - \langle \hat{S}^z_r\rangle\langle \hat{S}^z_s\rangle$$

Спиновая корреляционная функция имеет существенную зависимость от температуры, поэтому вычисление данной величины из первых принципов позволяет построить «виртуальный термометр», которым в данном случае служит кривая, у которой по оси ординат – значения спиновой корреляционной функции на соседних узлах, а по оси абсцисс – значение температуры.

Для численного моделирования использовался метод Монте-Карло и квадратная решетка 10x10. В качестве модели, описывающей поведения спинов в антиферромагнетике, использовалась двумерная модель Гейзенберга на квадратной решетке, являющаяся предельным случаем модели Хаббарда в половинном заполнении при U>>t:

$$\hat{H} = -J\sum_{\langle i,j\rangle}\langle S_i\rangle\langle S_j\rangle$$

Моделирования производилось при помощи библиотеки с открытым программным кодом ALPS (**A**lgorithms and **L**ibraries for **P**hysics **S**imulations) [2], реализующей набор вычислительных алгоритмов для моделирования сильно коррелированных квантово-механических систем, а так же библиотек на С++ для упрощения многократного использования кода. Для анализа результатов использовался язык R.

Вычисленная температурная зависимость спиновой корреляционной функции на соседних узлах, $C_l$, имеет вид:

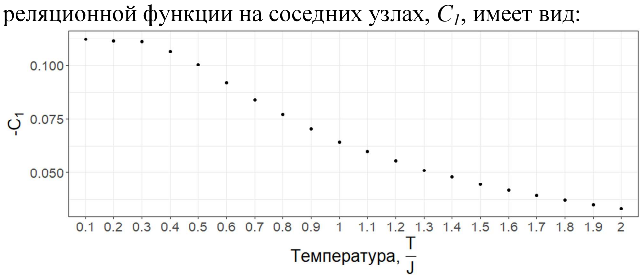


*Рис.1. Зависимость значения спиновой корреляционной функции от температуры.*

Видно, что величина $C_l$ существенно зависит от температуры, что позволяет «считывать» температуру системы по экспериментально измеренному значению спинового коррелятора.

Зависимость спинового коррелятора от расстояния между спинами позволяет наглядно визуализировать антиферромагнитное упорядочение:

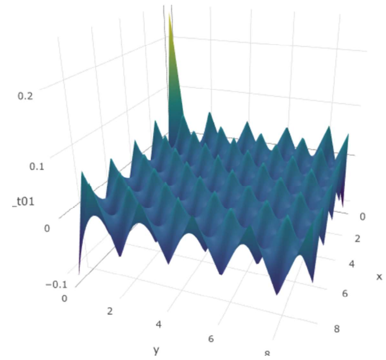


*Рис.2. Спиновые корреляции $C_d$ при температуре T/J = 0.1.*

**Заключение**

В данной работе построена зависимость от температуры значения коррелятора спин-спин на соседних узлах в двумерной модели Гейзенберга, являющейся предельным случаем модели Хаббарда с половинным заполнением. Таким образом, создан виртуальный термометр для количественной интерпретации экспериментальных реализаций модели Хаббарда в ультрахолодных газах в оптических решетках. Исследование осуществлено в рамках Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ в 2018 году.

**Список литературы:**

1. A. Mazurenko et al., A cold-atom Fermi–Hubbard antiferromagnet, Nature 545, 462 ( 2017).

2. B. Bauer et al., The ALPS project release 2.0: open source software for strongly correlated systems, J. Stat. Mech. (2011) P05001.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ МОДЕЛИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЭВОЛЮЦИОННЫХ ИГР ВБЛИЗИ ТОЧЕК БИФУРКАЦИИ

***А.А. Малютин***
***НИУ ВШЭ,***
***департамент прикладной математики***
***МИЭМ НИУ ВШЭ***

**Аннотация**

Мы изучаем критические свойства эволюционной пространственной игры, основанной на Дилемме Заключенного. В вычислительных экспериментах мы наблюдаем серию динамических режимов и резких переходов между режимами, характеризующихся скачкообразными изменениями плотностей компонент, а также существенной перестройкой типичных конфигураций игрового поля. Мы рассматриваем и анализируем геометрические свойства интерфейсов, возникающих в стационарном режиме игры [1, 2].

**Пространственная игра**

В игру играют $L^2$ агентов, расположенных в узлах прямоугольной решетки размера $L \times L$, с периодическими граничными условиями. В каждый момент времени агент может находиться в состоянии «сотрудничество» $(C)$ или «предательство» $(D)$. В каждом раунде игры, агент играет со своими ближайшими соседями и получает выигрыш, складывающийся из суммы выигрышей попарных игр, согласно таблице игры [1, 2]:

**Таблица 1.** Матрица выигрышей дилеммы заключённого: «сотрудники» ($C$) или «предатели» ($D$)

| | $C$ | $D$ |
|---|---|---|
| $C$ | 1 | 0 |
| $D$ | $b$ | 0 |

В [3] было установлено, что, начиная с некоторого первоначального распределения, система переходит к стационарному распределению $C$ и $D$. Также установлено, что, некоторые регулярные распределения игроков, приводят к появлению регулярных самоподобные структуры, в то время как случайные начальные конфигурации приводят к случайным структурам, а окончательный стационарный результат зависит от параметра выигрыша $b$.

**Результаты**

Типичные конфигурации игрового поля в стационарном режиме ($t \to \infty$) существенно изменяются при переходе через «критическое» значение $b = 1.8$.

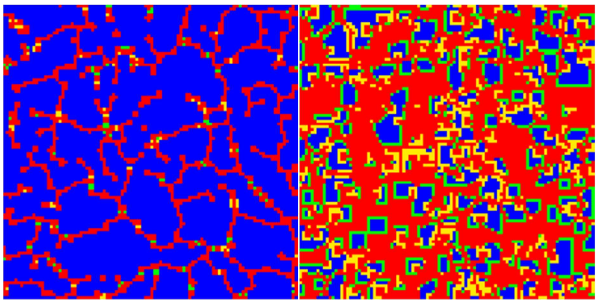

*Рис.1. Скриншоты состояния системы при* $b = 1.79$ *(слева) и* $b = 1.81$ *(справа) при* $t \to \infty$*. Цветовое кодирование: синий –* $C$*, красный –* $D$*, жёлтый –* $D$*, который был* $C$ *на предыдущем шаге, зелёный -* $C$*, который был* $D$ *на предыдущем шаге.*

При переходе через критическое значение $b = 1.8$, средние плотности компонент изменяются скачкообразно:

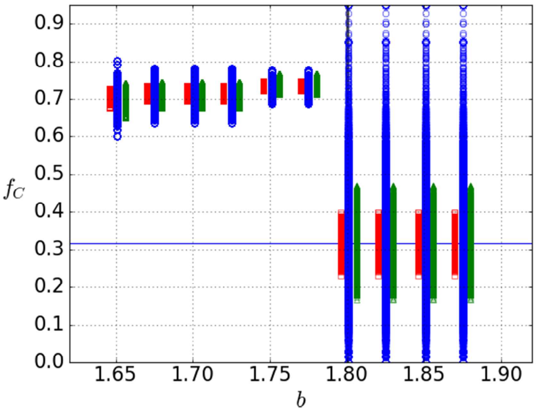


*Рис.2. Концентрация C для решёток размеров* $20 \times 20$ *(синий),* $50 \times 50$ *(зелёный),* $100 \times 100$ *(красный).*

Следующим шагом мы измерили средние значения фрактальной размерности Минковского границы интерфейсов между кластерами стратегий:

$$d_M = \lim_{l \to 0} \frac{\log N(l)}{-\log l},$$

где $l$ – размер квадратов покрытия, $N$ – минимальное количество квадратов размера $l$, требуемых для покрытия интерфейсов.

Численные значения фрактальной размерности существенно зависят от размера системы $L$, однако, при стремлении $L \to \infty$, значение $d_M$ стремится к 2 для обоих значений параметра $b$. Таким образом, интерфейс между кластерами стратегий асимптотически является кривой, заполняющей плоскость [4].

Исследование проведено в рамках проекта №18-05-0024 Программы «Научный фонд Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ)» в 2018 г. и в рамках государственной поддержки ведущих университетов Российской Федерации "5-100".

**Список литературы:**

1. M.A. Nowak and R.M. May, *Evolutionary games and spatial chaos*, Nature 359, 826 (1992).
2. M.A. Nowak, *Evolutionary Dynamics: Exploring the equations of life*, The Belknap Press, (2006).
3. M.A. Nowak and R.M. May, *The spatial dilemmas of evolution*, Int. J. Birurcation and Chaos 3, 35 (1993).
4. Sergei Kolotev, Aleksandr Malyutin, Evgeni Burovski, Sergei Krashakov, Lev Shchur, *Dynamic fractals in spatial evolutionary games*, preprint arXiv/1711.03922 (2017).

## О ЧИСЛЕННОЙ АПРОБАЦИИ ОДНОЙ ЭНТРОПИЙНО КОНСЕРВАТИВНОЙ РАЗНОСТНОЙ СХЕМЫ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ

***Т.А. Ломоносов***
***НИУ ВШЭ,***
***департамент математики,***
***факультет экономических наук***

**Аннотация**

Апробируется новая явная двухслойная по времени и симметричная трехточечная по пространству разностная схема для системы уравнений одномерной газовой динамики. Схема основана на специальной квазигазодинамической регуляризации этой системы и является энтропийно консервативной. Проводится численное моделирование известных в литературе вариантов задачи Римана о распаде разрыва.

**Введение**

Квазигазодинамическая (КГД) система уравнений является основой для построения кинетически согласованных разностных схем для решения уравнений газовой динамики [1]. В данной работе численно апробируется на известных в литературе вариантах одномерной задачи Римана новая схема такого типа из [2]. В этой схеме дискретизация по пространству сконструирована так, чтобы выполнялся закон неубывания полной энтропии.

**Система КГД уравнений**

Пространственно одномерная КГД-система состоит из уравнений баланса массы, импульса и полной энергии:

$$\partial_t \rho + \partial_x j = 0,$$

$$\partial_t (\rho u) + \partial_x (ju + p) = \partial_x \Pi,$$

$$\partial_t E + \partial_x \{(u - w)(E + p)\} = -\partial_x q + \partial_x (\Pi u).$$

Искомые функции $\rho > 0, u, E = 0.5\rho u^2 + \rho\varepsilon$ - плотность, скорость и полная энергия газа. Берутся уравнения состояния совершенного политропного газа $p = (\gamma - 1)\rho\varepsilon, \varepsilon = c_v\theta,$ где функции $p, \varepsilon, \theta > 0$ - давление, внутренняя энергия, абсолютная температура, $\gamma > 1$, $c_v > 0$ - постоянные. В уравнениях присутствуют поток

**Межвузовская научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых специалистов им.Е.В.Арменского. Материалы конференции.**

ISBN 978-5-94768-079-9

Подписано в печать 10.02.2018г. Формат 60х84/8. Бумага офсетная №2.
Печать ризография. Усл.печ.л. 38. Уч.-изд.л. 34,2. Тираж 100 экз.
Европейский центр по качеству