**Лабораторная работа № 60.1**

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ВОЗДУХА**

**Теоретическое введение**

 Теплоемкостью тела называется величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания данного тела на 1 К:

 $С=\frac{δQ}{dT}$ .

 Удельная теплоемкость вещества – величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 кг вещества на 1 К:

 $С=\frac{δQ}{m∙dT}$ .

 Молярная теплоемкость вещества – величина, равная количеству теплоты,

необходимому для нагревания 1 моля вещества на 1 К:

 $С=\frac{δQ}{ν∙dT}$ ,

где $ν=\frac{m}{M}$ число молей.

 Отношение теплоемкостей газов при постоянном давлении и при постоянном объеме $γ=\frac{С\_{р}}{С\_{V}}$ играет в термодинамике весьма важную роль. В частности, оно входит в уравнение Пуассона, описывающее адиабатный процесс, и в ряд других важных термодинамических соотношений.

 Согласно представлениям молекулярно-кинетической теории среднее значение кинетической энергии, приходящейся на одну степень свободы поступательного и вращательного движения газовых молекул, равно

 $ε=\frac{1}{2}kT$, (1)

где $k=1,38∙10^{-23}\frac{Дж}{К}$ - постоянная Больцмана,

 Т – абсолютная температура.

 Внутренняя энергия одного моля идеального газа, молекулы которого имеют i степеней свободы,

 $U\_{μ}=\frac{i}{2}k∙N\_{A}∙T=\frac{i}{2}R∙T$. (2)

 Первое начало термодинамики для одного моля газа можно записать в виде: $δQ\_{μ}=dU\_{μ}+p∙dV,$

где $δQ\_{μ}-$ тепло, получаемое молем газа;

 $dU\_{μ}-$ изменение внутренней энергии;

 $p∙dV-$ элементарная работа расширения газа.

 Для изохорного процесса

 $δQ\_{μ}=dU\_{μ}$, (3)

 Откуда молярная теплоемкость при постоянном объеме равна

 $С\_{Vμ}= \frac{δQ\_{μ}}{dT}|\_{V=const}= \frac{i}{2}R$. (4)

 Дифференцируя (2) по температуре, получим:

 $С\_{Vμ}= \frac{dU\_{μ}}{dT}= \frac{i}{2}R$.

 Молярная теплоемкость при постоянном давлении равна

 $\frac{δQ\_{μ}}{dT}|\_{p=const}= \frac{dU\_{μ}}{dT}+p\frac{dV}{dT}$ .

 Из уравнения Клапейрона-Менделеева для одного моля газа при постоянном давлении:

 $pdV=RdT$.

 Следовательно, с учетом (4)

 $С\_{pμ}=С\_{Vμ}+R= \frac{i+2}{2 } R$. (5)

 Отношение теплоемкостей равно:

 $γ=\frac{С\_{р}}{С\_{V}}= \frac{i+2}{i } $.

 Отношение теплоемкостей зависит только от числа степеней свободы и их характера.

Значения молярных теплоемкостей газов различной атомности приведены в таблице 1.

Таблица 1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Молекула | Характер связи атомов | Число степеней свободы | $$γ$$ |
| Одноатомная |  | 3 (поступательные) | 1,67 |
| Двухатомная | Жесткая | 5 (3 поступательные +2 вращательные) | 1,40 |
| $$Двухатомная^{\*}$$ | Упругая | 5+1 (колебательная) | 1,29 |
| Трех- и более атомная | Жесткая | 6 | 1,33 |

На одну степень свободы колебательного движения, в отличие от (1), приходится средняя энергия $Е\_{кол}=kT$ (кинетическая и взаимная потенциальная). В общем случае полное число степеней свободы в формуле (2) определяется соотношением: $i= i\_{пост}+ i\_{вр}+ i\_{кол}$.

**Содержание работы**

 В данной работе для определения $γ$ используется метод Клемана-Дезорма.

**Описание установки**

 Для экспериментального определения отношения $γ=\frac{С\_{р}}{С\_{V}}$ в работе используется установка (см. рис. 1), состоящая из стеклянного баллона 1, насоса 2, манометрической $U-$ образной трубки 3 и двух кранов $К\_{1}$ и $К\_{2}$: $К\_{1}-$ соединяет баллон с насосом; $К\_{2}-$ с атмосферой.

 В исходном состоянии исследуемый газ (воздух) находится в баллоне 1 при атмосферном давлении $р\_{0}$ и комнатной температуре $Т\_{0}$. Затем кран $К\_{2}$ перекрывается, кран $К\_{1}$ открывается и с помощью насоса 2 в баллон накачивается дополнительно небольшая порция воздуха, после чего кран $К\_{1}$

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  | Рис. 1. Схема установки. |  |

перекрывается. При этом давление и температура газа в баллоне повышаются. Спустя некоторое время (несколько минут) газ в баллоне охлаждается до комнатной температуры $Т\_{0}$ и давление его становится равным $р\_{1}> р\_{0}: р\_{1}= р\_{0}+ ρ\_{в}g∙h\_{1}.$ В этот момент производится отсчет разности уровней в манометре $h\_{1}.$ На следующем этапе баллон, открывая на короткое время (1-2 секунды) кран $К\_{2}$, соединяют с атмосферой: при этом газ адиабатически расширяется, давление его становится равным атмосферному ($р\_{0}$), а температура уменьшается ($Т<Т\_{0}$). После перекрытия крана $К\_{2}$ газ в баллоне за счет теплообмена с окружающей средой нагревается при постоянном объеме до комнатной температуры и при этом его давление увеличивается до значения $р\_{2}> р\_{0}: р\_{2}= р\_{0}+ ρ\_{в}g∙h\_{2}$. В этот момент производится второй отсчет разности уровней в манометре $h\_{2}$.

 Выделим мысленно внутри баллона некоторую порцию газа m, ограниченную замкнутой поверхностью, играющей роль «оболочки». В описанных процессах газ, заключенный в эту «оболочку», будет сжиматься (нагнетание), расширяться (выпуск), совершать работу против давление окружающего воздуха и обмениваться с ним теплом. Поскольку изменения давления и температуры при этом очень невелики, процессы, протекающие с массой газа m, можно считать равновесными (квазистатическими).

 Состояние данной массы газа характеризуется следующими параметрами

1 состояние - $р\_{1}$ $Т\_{0}$ $V\_{1}$

2 состояние - $р\_{1}$ T $V\_{2}$

3 состояние - $р\_{2}$ $Т\_{0}$ $V\_{2}$

 Как уже указывалось, разности давлений $р\_{1}- р\_{0}$ и $р\_{2}- р\_{1}$ весьма малы (16 см водяного столба составляют около 1 см ртутного столба или $0,01р\_{0}$), поэтому их и соответствующие им изменения объема можно считать бесконечно малыми и положить

 $V\_{2}- V\_{1 }≈dV$ и $р\_{0}- р\_{1} ≈dр$, (7)

 Переход газа из состояния 1 в состояние 2 осуществляется адиабатически, следовательно,

 $р∙V^{γ}=const$

и полный дифференциал

 $γV^{γ-1}р∙dV+V^{γ}dp=0$ или $γ р∙dV+Vdp=0$;

Или, с учетом (7):

 $γ∙р\left(V\_{2}- V\_{1}\right)+V\left(p\_{0}- p\_{1}\right)=0.$ (8)

 Состояния 1 и 3 соответствуют комнатным температурам, и точки $p\_{1}, V\_{1}$ и $p\_{2}, V\_{2}$ принадлежат одной изотерме:

 $pV=const$,

следовательно,

 $ рdV+Vdp=0.$

Полагая $V\_{2}- V\_{1 }=dV$ и $р\_{2}- р\_{1}=dр$, получим

 $р\left(V\_{2}- V\_{1}\right)+V\left(p\_{2}- p\_{1}\right)=0$. (9)

Из соотношений (8) и (9) получаем окончательно

 $γ= \frac{p\_{1}- p\_{0}}{p\_{2}- p\_{0}}$. (10)

Пусть разности между давлением в баллоне и атмосферным равны соответственно $h\_{1}$ и $h\_{2}$ :

 $p\_{1}= p\_{0}+ h\_{1}$

 $p\_{2}= p\_{0}+ h\_{2}$

Тогда

 $γ= \frac{h\_{1}}{h\_{1}- h\_{2}}.$ (11)

 В работе измеряется отношение теплоемкостей воздуха $γ=\frac{С\_{р}}{С\_{V}}$ описанным выше методом и производится статистическая обработка результатов измерений.

 Как следует из (11), для определения $γ$ необходимо измерить по манометру избыточное давление в баллоне до адиабатического расширения ($h\_{1}$) и после изохорного нагревания ($h\_{2}$). Обе указанные величины должны измеряться в состоянии термодинамического равновесия, то есть после прекращения теплообмена, о чем можно судить по постоянству показаний манометра.

**Порядок выполнения**

 Принадлежности: 1. Баллон с краном. 2. Жидкостный манометр.

3. Насос.

**Задание 1**. Проведение многократных измерений $γ $ воздуха.

1. Накачать насосом в баллон воздух, доведя разность уровней в манометре до 20-25 см, и перекрыть кран $ К\_{1}$.
2. Выждать 3-4 минуты, пока воздух в баллоне охлаждается до комнатной температуры $Т\_{0}$ (при этом перестает изменяться разность уровней в манометре), и измерить избыточное давление $h\_{1}$.
3. Быстро открыть кран $К\_{2}$, сообщая баллон на короткое время с атмосферой, и снова его перекрыть.
4. Выждав пока воздух в баллоне прогреется до комнатной температуры, измерить избыточное давление $h\_{2}$.

 Рекомендуется проделать вначале несколько тренировочных измерений и оценить порядок получаемой величины $γ$.

 Проделать 8-10 измерений. Полученные значения $h\_{1}$, $h\_{2}$ и $γ$ занести в таблицу 2.

Таблица 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №№п/п | $$h\_{1}$$ | $$h\_{2}$$ | $$x\_{i}$$ | $$γ\_{i}$$ | $$<γ>$$ | $$<x>$$ | $$∆x\_{i}$$ | $$<∆x>$$ | $$∆x\_{i}^{2}$$ | $$S\_{nx}^{ʹ}$$ |
| 1.2.3.....10. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**Задание 2**. Проведение оценки погрешности результатов измерений $γ$.

 Указание. Поскольку$ γ= \frac{h\_{1}}{h\_{1}- h\_{2}}$ определяется отношением высот, целесообразно ввести в рассмотрение безразмерную величину $x=\frac{h\_{2}}{h\_{1}}$, которую можно рассматривать как первичный параметр. Величина $γ$ будет, таким образом, косвенно измеряемой величиной:

 $γ= \frac{1}{1-х}$. (12)

 Для оценки погрешности результата измерений рекомендуется поступить следующим образом:

1. Для каждого измерения вычислить $x\_{i}=\frac{h\_{2i}}{h\_{1i}}$; среднее арифметическое значение $<x> = \frac{\sum\_{}^{}x\_{i}}{n}$ и $<∆x> = \frac{\sum\_{}^{}∆x\_{i}}{n}$.
2. Оценить инструментальную погрешность $δx$ какого-либо одного измерения x:

 $δx=x(\frac{δh}{h\_{1}}+\frac{δh}{h\_{2}})$, (13)

$где δh=1 мм$*.*

1. Сопоставить величины $<∆x>$ и $ δx$:

 Если $<∆x> <$ $δx$, доминируют погрешности приборов и максимальная ошибка в измерении $γ$ вычисляется по формуле

 $∆γ= \frac{δx}{\left(1-x\right)^{2}}$ .

 Если $<∆x> > δx$, доминируют погрешности приборов и необходимо провести статистическую обработку результатов косвенных измерений величины $γ$.

 Для этого вычисляют среднюю квадратичную погрешность n измерений:

 $S\_{nx}^{ʹ}=\sqrt{\frac{\sum\_{}^{}\left(∆X\_{i}\right)^{2}}{n\left(n-1\right)}}$ ,

и определяют среднюю квадратичную ошибку косвенного измерения $γ$

 $S\_{γ}^{ʹ}=\sqrt{\left(\frac{∂γ}{∂x}S\_{nx}^{ʹ}\right)^{2}}= \frac{S\_{nx}^{ʹ}}{\left(1-<x>\right)^{2}}$ .

 Находят в таблице коэффициент Стьюдента $t\_{p,n}$ для двух значений надежности (доверительной вероятности) $р=0,9$ и $р=0,95$.

 Вычисляют доверительный интервал $∆γ=t\_{p,n} ∙ S\_{γ}^{ʹ}$ и записывают окончательный результат в виде:

 $γ= <γ> + ∆γ$.

**Контрольные вопросы**

1. Что называется теплоемкостью вещества? Удельной теплоемкостью?

Молярной теплоемкостью?

1. Что называется идеальным газом?
2. Получите выражение для внутренней энергии произвольной массы идеального газа и объясните из чего складывается внутренняя энергия идеального газа.
3. Чем определяется число степеней свободы системы?
4. Запишите и сформулируйте 1-е начало термодинамики.
5. Выведите выражение для молярных теплоемкостей идеального газа через число степеней свободы.
6. Запишите уравнение газового состояния для изохорного, изобарного, изотермического и адиабатического процессов и 1-е начало термодинамики для этих процессов.