**Введение в теорию физических измерений**

Отличительной особенностью физической науки является то, что изучаемые ею свойства и характеристики объектов и процессов – сравнительно просто квантифицируются, то есть допускают количественное выражение, меру в форме тех или иных физических величин. Нахождение размера (значения) какой-либо физической величины, называемое ее измерением, осуществляется путем сравнения с определенной мерой, принятой за единицу этой величины.

В международной системе единиц СИ в качестве основных выбраны: килограмм, метр, секунда, кельвин, ампер, кандела. Единицы других величин являются производными и устанавливаются на основании их взаимосвязей с величинами, единицы которых выбраны в качестве основных.

Благодаря широкому распространению измерений и высокой степени математизации физика является наукой точной и строгой. Эти ее достоинства предполагают обязательную оценку точности результатов производимых измерений.

Как правило, эксперимент, измерение, осуществляемые с помощью технических средств и математических операций и вычислений, дают лишь приближенное к истинному значение физической величины, называемое результатом измерения. Мерой этого приближения, то есть мерой оценки точности результата измерения, служит погрешность измерения (устаревшее название – ошибка измерения).

Погрешность измерения имеет две формы выражения, называемые абсолютной и относительной погрешностями.

Абсолютная погрешность некоторой величины Х обозначается . Она равна разности номинального (полученного при измерении значения Х) и ее истинного значения : .

Относительная погрешность величины Х обозначается . Она равна отношению абсолютной погрешности к истинному значению и выражается обычно в процентах: .

Абсолютная погрешность указывает тот интервал вокруг измеренного значения (, в котором может находиться истинное значение измеряемой величины. Относительная же погрешность, будучи безразмерной, характеризует «удельный вес» этого интервала в номинальном значении величины.

По источнику своего происхождения погрешности подразделяются на систематические, случайные и грубые (промахи).

Под систематической понимают погрешность устойчиво повторяющуюся (или закономерно изменяющуюся) при повторных отсчетах измеряемой величины, производимых в одних и тех же условиях. В систематической погрешности различают приборную (инструментальную) и методическую составляющие, которые являются следствием несовершенства, соответственно, используемых приборов и методики измерения. Эти погрешности могут выявляться и понижаться путем использования более точных приборов и разных методик измерения.

В грубых одно шкальных приборах типа обычной линейки за приборную погрешность, обычно, принимают половину, а иногда и полную цену С деления1 шкалы приборов.

В отличие от систематической случайная погрешность изменяется хаотически в серии из n повторяющихся в одинаковых условиях отсчетов измеряемой величины. Она является следствием воздействия на измеряемую величину большого числа обычно мелких и независимых друг от друга факторов, помех. Их действие приводит к хаотическому разбросу результатов отдельных отсчетов вокруг среднего арифметического значения = , определяемого самой измеряемой величиной. Это среднее арифметическое значение приближением к истинному значению измеряемой величины Х.

Вклад случайных факторов и помех в погрешность результата измерения

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1Под ценой деления С шкалы прибора понимают количество (размер, значение) измеряемой величины, приходящееся на одно деление шкалы. Для равномерной шкалы она равна отношению максимального (предельного) значения шкалы к числу N ее делений: .

можно оценить, произведя статистическую обработку результатов серии n отсчетов, называемой выборкой. Обычно такая обработка основывается на предположении о том, что результаты отдельных отсчетов (и их отклонений от среднего арифметического ) образуют случайную совокупность, подчиняющуюся нормальному или гауссовому закону распределения. При таком законе отклонения одинаковой величины и разного знака появляются одинаково часто, и с ростом величины частота их появления убывает.

При увеличении объема выборки, то есть числа n отсчетов и их усреднении, отклонения разного знака все более полно взаимно компенсируют друг друга. Соответственно, среднее арифметическое значение измеряемой величины все ближе стремится к ее истинному значению , совпадая с ним в пределе при . В такой бесконечно большой совокупности отсчетов, называемой генеральной, результат отдельного измерения попадает в определенный интервал вокруг с определенной вероятностью2 Р. Например, для , называемого средним квадратическим (или среднеквадратическим) отклонением (СКО) результата отдельного измерения, результат попадает в интервал с вероятностью Р = 68%. Это значит, что 68% случаях из общего числа результаты отсчета будут попадать в интервал . Или, иначе, истинное значение , с вероятность Р = 68% располагается в интервале .

Увеличение вероятности Р, называемой доверительной (или коэффициентом надежности, коэффициентом доверия), приводит к расширению интервала , в пределах которого вокруг предположительно находится истинное значение и который также называется *доверительным*. Так, для доверительной вероятности Р =95%, ширина доверительного интервала возрастает до , а для Р = 99% - до .

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

2Под вероятностью Р того или иного события понимают относительную предельную частоту его появления в генеральной совокупности однотипных событий: , где число появлений выделенного события во всей совокупности n событий.

Большей степенью приближения к истинному значению , в сравнении с результатом единичного отсчета, будет обладать среднее арифметическое значение некоторой конечной совокупности отсчетов. Статистический анализ показывает, что доверительный интервал сокращается при этом раз, то есть , где так называемый *стандартный доверительный интервал*.

На практике обычно ограничиваются, как правило, небольшими совокупностями отсчетов, называемых малыми выборками, с числом отсчетов При этом для оценки случайной погрешности приходится пользоваться приближенным к гауссовому (к значением СКО: . Это приводит к расширению доверительного интервала , то есть к возрастанию абсолютной погрешности измерения. Для конечных выборок доверительный интервал выражается формулой: , где коэффициент Стьюдента, являющийся табулированной величиной, зависящий от объема выборки (числа отсчетов) и доверительной вероятности Р.

С ростом числа отсчетов коэффициент Стьюдента уменьшается, а значит доверительный интервал сужается, так как возрастает точность измерений, то есть степень приближения к за счет более полной компенсации случайных погрешностей разного знака. При числе отсчетов «погрешность погрешности», обусловленная случайностью среднеквадратического отклонения в выборке, составляет не менее 25%. Поэтому при записи погрешности (доверительного интервала) ее округляют, оставляя одну значащую3 цифру в старшем разряде, если на больше тройки, или две цифры, если цифра в старшем погрешности меньше чем 3. С такой же точностью округляют и сам результат измерения величины Х.

Увеличение доверительной вероятности Р означает требование большей надежности, то есть большей частоты попадания результатов измерения в доверительный интервал . Это приводит к необходимости его расширения, что отражается соответствующим возрастанием коэффициента

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

3Значащими называются все цифры числа, кроме нулей в его начале, которые служат только для установления разрядов остальных чисел.

Стьюдента с ростом Р.

Обычно доверительную вероятность Р выбирают 68% (или 95%); это означает, что истинное значение с вероятностью 68% находится в интервале . В более ответственных случаях вероятность Р выбирают равной 99% или еще выше.

**Расчет погрешности прямых измерений**

В простейшем случае измерений, называемых прямыми, при которых величина Х непосредственно отсчитывается по шкале приборов, оценка точности их результатов осуществляется следующим образом.

Производится несколько отсчетов измеряемой величины Х и если результаты отдельных отсчетов не различаются в пределах погрешности прибора (то есть доминирует приборная погрешность), можно ограничиться тремя-четырьмя отсчетами и результат записать в виде:

.

Пример: при измерении штангенциркулем с погрешностью диаметра калиброванного цилиндра получены значения:

Вычисляем Определяем 0,018 мм < .

Записываем результат: = (19,810,05)мм; .

Если результаты отсчетов прямо измеряемой величины Х разнятся на величину, заметно превышающую погрешность прибора (то есть доминирует случайная погрешность), число отсчетов следует увеличить до (для понижения случайной погрешности) и произвести их статистическую обработку. Ее целью является определение доверительного интервала , в пределах которого вокруг значения с заданной доверительной вероятностью Р находится значение . При этом рекомендуется придерживаться следующего порядка.

1. Вычисляется среднее арифметическое значение измеряемой величины

= .

1. Рассчитываются отклонения отдельных отсчетов от среднего значения

и вычисляется среднеквадратичное отклонение результата отдельного измерения: .

1. Проведение наличие промахов, к которым относят такие отсчеты , отклонения которых превышают утроенное значение среднеквадратичного отклонения , то есть . Выявленные промахи из обработки результатов исключаются, и производится повторный расчет по пунктам 1-2.
2. Рассчитывается доверительный интервал . Коэффициент Стьюдента выбирают из таблицы Приложения для заданных значений
3. Результат измерений округляют соразмерно его погрешности (доверительному интервалу) и записывают в стандартном виде:

, P =

Пример: при измерении диаметра грубо обработанной детали микрометром, погрешность которого , получены следующие значения:

;

Вычисляем: 1) = 19,806 мм, 2) СКО результата отдельного измерения: .

Проверяем наличие промахов, то есть отсчетов с , таковых в приведенной выборке нет.

Рассчитываем доверительный интервал , задаваясь определенным значением доверительной вероятности Р, например, Р = 0,95(95%).

Из таблицы Приложения находим коэффициент Стьюдента . Тогда или, после округления , . Соответственно округляем значение диаметра и записываем окончательный результат: ; Р = 0,95.

1. При соизмеримости приборной и случайной погрешностей, результирующая погрешность может быть оценена по формуле:

= .

**Расчет погрешности косвенных измерений**

В случае косвенных измерений некоторой величины У она рассчитывается

на основании известной функциональной связи ее с другими, прямо измеряемыми величинами , ,…, , …, ,то есть , ,…, , …, Если случайные погрешности этих, прямо измеряемых величин снижены до значений, много меньших соответствующих приборных погрешностей , то погрешность косвенно измеряемой величины У обычно характеризуют заданием так называемой максимальной погрешности . Под нею понимается максимальное приращение функции, вызванное приращениями ее аргументов :

*,*

где частная производная от косвенно измеряемой величины У по k-му ее аргументу .

Часто более целесообразным представляется сразу вычислить относительную максимальную погрешность косвенно измеряемой величины У по формуле:

.

Из этой форму следует, в частности, что относительная погрешность величины У, являющейся произведением (или частным) , равна сумме относительных погрешностей ее сомножителей.

Пример получения формулы для абсолютной и относительной погрешностей в применении к объему цилиндра ():

.

Если в измерениях прямо измеряемых величин доминируют случайные погрешности, то для величины У рассчитывается абсолютная погрешность по формуле:

, где , а среднеквадратичное отклонение среднего арифметического значения величины . Предполагается, что все прямо измеренные величины имеют одинаковое число отсчетов n.

Среднее арифметическое значение вычисляется путем подстановки в формулу , ,…, ) средних значений аргументов , , …, . Окончательный результат записывается в виде:

У = ;

**Приложение**

**Таблица коэффициентов Стьюдента**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n/P | 0,68 | 0,80 | 0,95 | 0,99 | 0,995 |
| 2 | 2,0 | 4,1 | 12,7 | 63,7 | 636,6 |
| 3 | 1,3 | 1,9 | 4,3 | 9,9 | 31,6 |
| 4 | 1,3 | 1,6 | 3,2 | 5,8 | 12,8 |
| 5 | 1,2 | 1,5 | 2,8 | 4,6 | 8,6 |
| 6 | 1,2 | 1,5 | 2,6 | 4,0 | 6,9 |
| 8 | 1,1 | 1,4 | 2,4 | 3,5 | 5,4 |
| 10 | 1,1 | 1,4 | 2,3 | 3,3 | 4,8 |
| 12 | 1,1 | 1,4 | 2,2 | 3,1 | 4,5 |
| 14 | 1,1 | 1,4 | 2,2 | 3,0 | 4,2 |
| 15 | 1,1 | 1,4 | 2,1 | 3,0 | 4,1 |
| 20 | 1,1 | 1,3 | 2,1 | 2,9 | 3,9 |
| 25 | 1,1 | 1,3 | 2,1 | 2,9 | 3,7 |
| 30 | 1,1 | 1,3 | 2,1 | 2,8 | 3,7 |